𑴋𑴈𑴕𑴈 𑴍𑴓𑴈𑴗

𑴍𑴙𑴚 𑴕𑴗𑴔𑴗 𑴔𑴜

𑴕𑴕𑴚 𑴕𑴘𑴚 𑴍𑴍𑴗𑴈𑴋𑴔 𑴂𑴚𑴍𑴙𑴚𑴘, 𑴒𑴈𑴗,
𑴎𑴕𑴗𑴛𑴎𑴔 𑴚𑴎𑴔𑴜𑴗.

OUR BOARD OF WRITERS

1. Devendra Haiburu
2. Baban Bankira
3. Mukunda Munda
4. Purmi Sing Mundri
5. Mahendra Prasad Balmuchu
6. Maino Purty
7. Sujit kumar Lugun
8. Sadhu charan Khuntia
9. Laduram Bodra
10. Surendra Bankira
11. Kaira Singh Bandia

EDITORIAL BOARD

1. Paliar Paleya
2. Selay Purty
3. Manikram Bandia
4. Konda charan Buliuli

ᱪᱷᱟᱯᱟᱣ –
ᱛᱷᱚᱞ ᱛᱷᱚᱞ ᱦᱩᱭᱟᱨᱜᱤᱫ ᱮᱞᱮᱪᱟᱞᱤᱭᱟ,
ᱣᱟᱨᱤᱭᱟᱹ, ᱞᱚᱠᱚᱞᱟᱹᱜᱞᱟᱨᱟᱹ.
ᱥᱟᱝ ᱯᱟᱹᱪᱟᱣ –
ᱚᱣᱜ ᱯᱟᱹᱨᱛᱤ (ᱚᱱ ᱮᱫᱩᱠᱮᱥᱚᱱ) ᱣᱷ/᱑-᱘᱐᱑᱓
ᱮᱞᱮᱪᱟᱞᱤᱭᱟ ᱱᱟᱹᱨᱜᱤᱫ ᱯᱟᱹᱨᱛᱤ ᱯᱚᱦᱚᱱ – 9437681119 ᱯᱟᱨ 7894334440
Email- ho.council.odisha @gmail.com

Printed at Marshal offset press, Udala, Mayurbhanj. Mob-9439450010.

ᱦᱚᱱᱚᱱ – ᱛᱚ ᱱᱚᱯᱟᱹ (ᱣᱷᱚᱠᱟᱜ ᱱᱚᱯᱟᱹ ᱠᱮᱞᱟᱱ).

PREFACE

It is great pleasure that, Ho Language Education Council, Odisha, Thakurmunda has introduced/ published a Ho Algebra Text book for Secondary class (Class-X) students. Which is prepared by Board of writers and editors in Ho language and warangchity script for first time, following the NCERT curriculum and frame work in the current academic session. Looking forward to the bare necessity of the Ho language studied students, the topics, Arithmetic progression, Probability are taken in this text book. It might not be easily conceptualized to their understanding; pupils as well as teachers are not firmly co-related with the mathematics oriented Ho language text book before. But it is expected with a sure aspiration that, it must be simple understanding and fascinating gradually by the course of time.

Eventually, the board of writers and editors have prepared algebra text book into Ho language by dint to their reckless endeavour and devotion. Still any linguistic and spelling error found in the first experimental edition must be paid and special attaintion to manifest the noble aspiration behind it and trying our best effort to enrich at a global standard of Ho language Algebra book for the students in the coming days.

Padma Charan Haiburu
Chairman
Ho Language Educatin Council, Odisha.

CLTT

Cfso hoxsg vxs5d hfsox! Cfsox gxg oLsL hoBsx oLsL hfsox!! Cfsox sx oBV xsV 26, hfsox sx hsx gfYf 26, sLsL sLsgf 26 xg VidLx 26. [ir sJfBx Yf 9GhX 9HX vV HOH HfsVVxsL GH Vfidfgx EIJsL o vfRIg soBY fsoeH fHsxsfY eo22Y Go Jw4 gfYH HV hss hLvx JwV o sfeR sfeR hsoefefe 26 vhsox GHx. 1oH YfsgJ gxg oxsx Vidx 26 HV Vfidfgx, 9xsseo, hfGxhsJwx, sNfr , Ef3 Vfgx, JHLxsfR oBH VLGf Yx sPo hsox Jo9x 9Hx. Kevxsf o Gosw7f ef Po HgGIg vx gfGf sNfr VLGf Yx sHxPo hsV vV hsox BHx. 1zx VLGf hss hBg VVxvfs EIgVLeoB, rirYx soH 2GPo vLsL 25xY 1GfwLGf JfVsNf ofsf HfvVx ofsf 9LsLgLil xs JwoGR GoX 9oX so HoH 1JF sLsF so vhsox BHx.

Vidx 25xY sr2R3 e5J HoH VLGf so sNfr GosJx xs GzsV BHH vx2JwRs xsRJ GosBY eoBH 9Pso JwrRxJ 9Hx.

Vidx xs sLsL sLsgf 26 HV HoHx HgX VLGf ofRB eo6x Go vhsox 9H eoP Go 2x3R2x3R2 Rs6 soR hLFfB hsoe2e2hsox vxsox vxBx, 89HvxJ JwLsB JwLsB Go 1JF 2Y3 9o0o, JwLvsR xs 9ox hsoHx sBoBx.

1oHx VLGf oJ GzJ 25R soR sLgVLeoB soH 99fBx 25xY vxs5D vLeoLO 9LsLgLil HV sofw GLgH i8 26 xs 7965 8fOxH Go hsV eofw ofGfBg GoX 26 GHx, xs sVR Geofw 9f VLGf R5R6 Jo hsoe soR sLsL

ગણિત ૮૭૬

ઉપયોગી સમય **પૂર્ણ ગુણ** **કુલ સમય**

૬. ગણિતી ઉપપત્તિ ૦૧

(૬) ગણિતી શબ્દોની વ્યાખ્યા આપવી અને ઉદાહરણ આપવા

(૫) ઉપપત્તિ પર આધારિત પ્રશ્નો

(૬) ખોટાપણાનું ઉદાહરણ

(૭) $\sum$ પ્રશ્નોના આધારિત ગુણદાર

૭. ઉદાહરણ ૦૩

(૬) કુલ પર આધારિત ઉદાહરણ ઉકેલવા

(૫) ઉપયોગિતા

(૬) ક્રમિક ગુણોત્તર શ્રેણીના ઉદાહરણ

(૭) ખાસ ઉદાહરણ

(૮) પૂર્ણ ગુણ ઉદાહરણ ઉદાહરણ

(૯) દ્વિપદ શ્રેણી ઉદાહરણ

(૧૦) ઉદાહરણ આધારિત પ્રશ્નો

3. આંકડાશાસ્ત્ર (Statistics) ૩૦

સરેરાશ(Mean)

મધ્યક(Median)

બહુલક(Mode)

ধারা ও শ্রেণি

1.1. **ধারা –**

ধারার বিভিন্ন **উপাদান** কে **ধারার** যে **ক্রমে** বিন্যস্ত (order) **থাকে** তাকে **ধারা** বলে **হয়।** নিম্নোক্ত **উপাদান** গুলো **ধারা** – 2, 4 ,6, 8.....1, 3 ,5, 7.....

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ ....., 2, 6, 18, 54.....**ধারা** গুলো।

ধারায় যে **থাকে** বিভিন্ন **সংখ্যা** কে **ধারার** সাধারণ (item) **বলে থাকে।** Oধারায় যেসব সংখ্যা পরপর কে **আসে,** তার **সাথে** সাধারণ তারক সংখ্যা কে যোগ **করে** পরের সংখ্যা পাওয়া **যায়।** বিভিন্ন **উপায়ে** কে – t_1, t_2, t_3,t_4..... **উপায়ে** যে **হোয়ে** থাকে। নিম্নে t_1,t_2, t_3, t_4 কে সংখ্যা তার, গুণোত্তর সংখ্যা, গুণোত্তর সংখ্যা, সাধারণ সংখ্যা কে **উপায়ে** যে **হোয়ে** থাকে। যে **উপায়ে** তে n-তম কে সংখ্যা সংখ্যা কে t_n **উপায়ে** যে **হোয়ে** তা **লিখি।** n-1 কে সংখ্যা **ধারায়** যে সাধারণ সংখ্যা (General item) কে **থাকে।**

যদি t_{n+1}= t_{n+1} = ...= 0 (শূন্য) যে কে সংখ্যা **ধারায়** কে t_1, t_2.....t_n তে যে **উপায়ে** সংখ্যা **ধারা** বলে। তাই'ই কোন সংখ্যা কে শেষে **থাকে** যে **ধারা** তে **উপায়ে** (finite sequence) **ধারায়** বলে। যে **ধারায়** কে {t_n} **থাকে** হোয়ে বলে। যা **উপায়ে** করে **ধারায়** কোথায় কে **থাকে** না সে কোন কোন **হয়ে** যায়।

ইংরেজি শব্দের ৮ম অক্ষর থেকে ৫ম অক্ষর ৩ বার যোগ করলে ১ম অক্ষর পাওয়া যায়। এই ধারাকে (progression) ২য় যোগভিত্তিক বলে। অনুরূপ ভাবে ২য় ভিত্তিক ধারা গুলো –

(i) সমান্তর ধারা (Arithmetic progression)

(ii) সমগুণোত্তর ধারা (Geometric progression)

(iii) হারমোনিক ধারা (Harmonic progression).

ইহাদের ধারাগুলো এর ১ম ২টি পদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে হয়। তবে যেটা যে ধারার অন্তর্ভুক্ত সেটা সেই ধারার ১ম ২টি পদের সম্পর্ক দেখে বুঝতে হবে।

1.2. সমান্তর অনুক্রম (Arithmetic progression) –

যে ধারার ধারাগুলো ২য় থেকে (A.P) ২য় ভিত্তিক। এখানে প্রত্যেক ধারা (এর আগের ধারা) এর সাথে একটি নির্দিষ্ট ধ্রুবক যোগ করলে পরবর্তী ধারা পাওয়া যায়, যাকে ২য় ধারার সাধারণ অন্তর (common difference) ২য় যোগভিত্তিক ২য় d ২য় ২য়। যে কোন ধারার ১ম ধারা ছাড়া $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 \ldots\ldots = t_n - t_{n-1} = d$ হয়ে থাকে।

1.2.1 সাধারণ অন্তরফল বা n – তম পদ নির্ণয়

যেকোন A.P যার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d তার পদগুলো নিম্নরূপ হবে –

$T_1 = a$

$T_2 = a+d = a+ (2-1)d,$

$T_3 = a+ 2d = a+ (3-1)d$

$T_4 = a+ 3d = a+ (4-1)d$

……..

……..

$T_n = a+(n-1)d$. সুতরাং A.P. র যেকোন পদ যার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d, a, a+d, a+2d, a+3d ……., a+ (n-1)d. সুতরাং n তম পদ হবে –

$$T_n = a+(n-1)d$$

দ্রষ্টব্য – A.P. র যেকোন পদ এবং সাধারণ অন্তর d হলে a এবং সাধারণ অন্তর d যেকোন ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে.

উদাহরণ – 1 .

নিম্নের কোন্‌গুলো A.P. নির্ণয় কর.

(i) -18, -16, -14, -12, ……..

এখানে a= – 18 এবং সাধারণ অন্তর d = – 16-(-18) =-14 (-16) =-12 – (-14) =2.

(ii) -11, 0, 11, 22, 33, 44, …….

এখানে a-11 এবং সাধারণ অন্তর d =

0— (-11) =11-0 =22-11 =11

(ii) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ପ୍ରଦତ୍ତ ରହି ଥିବା ପ୍ରଥମ a $=\frac{1}{3}$ ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର

d $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$.

ନିମ୍ନରେ ରହି ଥିବା A.P ର t_n ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

(i) $t_n = -18 + (n-1)2 = -18 + 2n - 2 = 2n - 20$

(ଥିବା $t_n = a + (n-1)d$ ରୁ)

(ii) $t_n = -11 + (n-1)11 = -11 + 11n - 11 = 11n - 22$.

(iii) $t_n = \frac{1}{3} + (n-1)\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}n - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}n$. ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଦତ୍ତ A.P ରହିଥିବା ପ୍ରଥମ କିଛି ପଦ ଦେଖି , ନିମ୍ନରେ ଦେଇଥିବା ଚାରୋଟି a, n ରହିଥିବା ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ଦେଲେ t_n ଟିର କେଉଁ ଏକ ମାନ ମିଳିବ ଲେଖ ।

ଯେଉଁଥିରେ ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଇ A.P. ରହିଥିବ ଏହା ପ୍ରଥମ ପଦ କେଉଁ ଟି ସେ ଲେଖ ।

ଦିଆଯାଇଛି $t_n = -18 + (!0-1)2 = -18 = 18 = 0$.

1.2.2 ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପାଇଁ n — ତମ ପ୍ରଥମ ପଦ ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର

A.P. ରହିଥିବା ପାଇଁ n ଟିର ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଗାଣିତିକ ଧର୍ମ ଟିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ଏଥିପାଇଁ ଆମେ ଏକ ଉଦାହରଣ ନେଇ ଆଲୋଚନା କରିବା । ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା 1 ରୁ 100 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସାଧାରଣ ଶ୍ରେଣୀ ଭାବରେ ଲେଖିପାରିବା ।

গাউস কৰ্তৃক সমাধানৰ এক কৌশল কি আছিল তাৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ল। তেওঁৰ সময়ত গাণিতিক সমস্যা সমাধানৰ কৌশল আছিল অতি সহজ। তেওঁ সমস্যাটো সমাধান কৰিবলৈ কৌশলটো আছিল অতি সহজ। তেওঁ প্ৰথমে সমস্যাটো ভাঙি ক্ষুদ্ৰ ক্ষুদ্ৰ কৰি লৈছিল আৰু তাৰ পিছত সমাধান কৰিছিল। তেওঁৰ কৌশলটো আছিল এনে ধৰণৰ –

তেওঁৰ মতে ১ ৰ পৰা ১০০ লৈকে সংখ্যাবোৰৰ যোগফল S_{100} কেনেকৈ –

S_{100}= 1 +2 +3 +..... + 98 + 99 +100

S_{100} = 100 + 99 + 98 +..... +3+2+1

যোগফল দুটা ৰ $2\ S_{100}$= 101+101+101.....101+101+101

সেয়ে দুটা $2S_{100} = 101 \times 100 \Rightarrow S_{100} = \frac{101X100}{2} = 5050.$

এসাঁজ হ'ল a, a+d, a+2d, a+3d ইয়াৰ দুটাকৈ দুটাকৈ যোগ দিয়া n সংখ্যক পদৰ যোগফল হ'ল $t_n = a+(n-1)d = l$ সংকেত দিয়া। সেয়ে ৰ হাতত থকা পদৰ সংখ্যা =l, তেওঁ ৰ আগৰ পদৰ সংখ্যা = l – d, l – d ৰ আগৰ পদৰ সংখ্যা = l-2d কৰি।

এইদৰে n সংখ্যক পদৰ যোগফল যদি S_n । হ'ব S_n = a+(a+d)+.....+ (l –d)+ l

S_n = l +(l –d)+.....+ (a+d)+a (এই পদ দুটা ওপৰৰ পদ দুটাৰ পিছত) । যদি দুটা দুটা ৰ $2S = (a+l) +(a+ l)+.....n$ সংখ্যক পদৰ সংখ্যা হ'ব। সেয়েহে $2S_n = n (a+l)$ সেয়েহে $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$. সেয়ে n টা সংখ্যা পদৰ যোগফল যদি হ'ব সংকেত $S_n = \frac{n}{2}(a+l)$.

∇ৎ৪০৺২ $S_n = \frac{n}{2}$ (৶ʃ৯ ৺২২৺ + n ৩০৶ ৪০ষ্ষ ৺২২৺ ৯২). Zৎ৸২৶ ʃ০ ৶০৫ৎ ৎ২৫২৪ ০২৩৪ ৯৯০ʃ ৫০ L=a+(n-1)d ৪৶৯ষ্ষ ৪০৺২, $S_n=\frac{n}{2}$(a+a+(n-1)d $\Rightarrow S_n = \frac{n}{2}\{(2a + (n-1)d\}$

∇ৎ ৪০৺২ n ৩০৶ ৺২২৺ ৪০ষ্ষ ৸৩৶৻ʃ৲ ৪০ষ্ষ ২ৎ৸২৶ ৶৻ষ্ষ৲ ০২৩৪ ৺২ = $S_n = \frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$

Cৎ৪৸৯- 3 ৶৻ষ্ষ৲ ʃ৲৲৲ ৫০৪৯৶ ৪০ –

(i) Sৎ৫৲৻ ৺২২৺ ৯২৪০ ৶৻৲ʃ০ৎ ʃ৺৯৶ ৯২ ৸৩৶৻৲০ ৪০

(ii) Sৎ৫৲৻ ৺২২৺২ষ্ষ ৫০ ৶৻৲ʃ০ৎ ʃ৺৯৶ ৯২ ০২০ ২ষ্ষ০ ৪০,

(iii) Sৎ৫৲৻ ৺২২৺২ষ্ষ ৫০ ৺৯ ০০ʃ৪ ৫০৫ৎ ʃ৺৯৶ ৫০ ৸ʃ৩৪০ ৪০

(iv) Sৎ৫৲৻ ৺২২৺২ষ্ষ ৫০ ৺৯ ০০ʃ৪ ৶৻৲ʃ০ৎ ʃ৺৯৶ ৫০ ০ʃ৪ʃ ৩৸৲৺০ ৪০ ৶৫৲৻ ৫৲৺৻ ৯২০ ৎ৸২৪ ০৲৺৻ ৯২২ʃ০ ʃ৲৲৲ ৫০৪৯৶ ৪০৯২ ২৭ৎʃ.

Uৎ৪৸৯৩ – Sৎ৩ৎ২৪ ৶ʃ ʃ৲৲৲ ৫০৪৯৶ ৪০ষ্ষ ৶৻ষ্ষ৲ ৺২২৺ a ʃ৪ ৯৺৶ষ্ষ ৯ʃ৺৺ʃ৩ৎ৻৯ d ʃ৪ ʃ৲৲৲ ৫০৪৯৶ ৺২ a, a+d, a+2d, ...a+(n-1)d.

(i) Tষ্ষ৲ ৯২ষ্ষ৫ʃ ৩৺০৩ ৶৫৲৻ ৺২২৺ ৪০ k ʃ৺৯৶ ৯০ ৸৩৶৻৲০ ৪০ ৩৸৲৺০ ৪০ ৩৸৲৺০ ৫৲৩৲ ৺২ (a+k), (a+k)+d, (a+k)+2d.....(a+k)+(n-1)d ৩২০ʃ ৩ʃ.V০৩ʃ২ ʃ৲৲৲ ৫০৪৯৶ ৫৩ʃ ২৯২৩ ৪০ ৶৻ ৶৻৯ ৺২২৺ a+k ৯৺৶ষ্ষ ৯ʃ৺৺ʃ৩ৎ৻৯ d ৫৩ʃ. Lৎ৮৯ ০৩৯৶ ʃ৲৲ (ii), (iii), ʃ৪ (iv) ৪০ষ্ষ ৯২ষ্ষ ৫ʃ২ ʃ৲৲ ১৺৻০ ৺৮ষ্ষ২৯ ʃ৯.

ᏦᏀᏞᏓᏞᎧ – 2

(a) ᏦᎣᏗᏕ ᏮᎠ ᏃᎣ ᎾᎣᎠ ᏬᏂᎯᎦᏒᎠ ᎧᏃᏂᏬ ᏬᎠᏯᏃ 15 ᎣᎩᏰ ᎣᎠ 85 ᏂᎧᎩ ᎣᎠᎾᎯᏕ ᏕᏙᎯᏕ ᎾᏕᏙᎯ ᏬᏂᎯᎦᏒ ᏃᎣᏰ ᏕᏙᎯᏕ

◇২৩৪ ৯২ ৪৮৯৫ ৯৩৩ ৪৩ $S_{71}=\frac{71}{2}(15+85) = 50X71 = 3550$ [$\because S_n=\frac{n}{2}(a+l)$]

৭০৮৬৪ ৪৩ ৪৫৪ ৮২২৺ (a) =15 ৫৪ ৪৬৪৫ ৮২২৺l = 85

(b) (i) A.P. =4,7,10,13,17,.....[a=4 ৫৪ d=3]

(ii) t_{33} = 4+ (33-1)X3 =100 [$\because$ t_n =a+(n-1)d]

(iii) ৭ম ৩০৪ ৪৩৪৪ ৪৩৩৪৫ ৺২

$(S_n)=\frac{40}{2}\{2X4+(40-1)3\}$ =20(8+117)

$\Rightarrow S_{40}$ =20X125 [$\because S_n=\frac{n}{2}\{2a+(n-1)d\}$]

$\Rightarrow S_{40}$=2500 (৩৮৩)

ኮ৭LዘLዕ◇-3

৪৫৫ A.P. ৪৩৪৪ t_4 =11, t_{10} =16 ৩২০৫৮ ৪৩৺২ , t_{21} ৫৪ ৪৫৪ 40 ৪৫ ৮২২৺ ৪৩৪৪ ৪৩৩৪৫ ৯২৺২৪৩ ৮৩.

৮৫৪৫৩ ৪৩৩৫ – ৪২৮৩৪২৪ ৪৫ ৪৫৪ ৮২২৺ ৺২ a ৫৪ ৯৺৪৪ ৯৫৮৫৮৫৩ ৺২ d,

∫৺৫৮৫ ০৮, t_4 =11, ⇒a+(4-1)d =11⇒a+3d =11.....(1)

৭৪৫ ৯৮৫, t_{10} =16, ⇒a+(10 -1)d =16 ⇒a+9d =16.....(2)

(1) ∫৪ (20 ৩৩ →9a=9d) – a+3d) =16 -11 ⇒6d =5

⇒d = $\frac{5}{6}$.

৭৫৮৪ ৺২,(1) ⇒a+3X$\frac{5}{6}$ = 11, a= 11 - $\frac{5}{2}$ = $\frac{17}{2}$, ∇৮৫ ৩৩ t_{21} =a+(21—1)d = $\frac{17}{2}$ +20 X$\frac{5}{6}$

= $\frac{151}{6}$ =25$\frac{1}{6}$ (৩৮৩).

◇২৩৪ ৫৩ ৪৩৯৪৫৩ ৪৩৺২, $S_{40} = \frac{40}{2}[2X\frac{17}{2} + (40-1)\frac{5}{6}$] $\rightarrow S_{40} = 20\,(17 + \frac{65}{2}) = 340 + 650 = 990$ (৩৭৯)

৮৭LLৰLL◇- 4

2, 4, 6, 8, ৫৫৭৫৫ ৪৩৪৪ S_{50} ২৪৪ ৺৩ –

ৼ৺৪৫ ৪৯৩৫ – ৭৩৭৫৪ ৪৩ $t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2$, $t_3 - t_2 = 6 - 4 = 2$, $t_4 - t_3 = 8 - 6 = 2$ ৩৪৭

∇৭৺ ৫৩ ৩৪৺ ৯৭ ৫৫৺৩৫ ৺২ ৪৫৪৫ A.P. ৫৭৺ ৺৪ ৩৭৺ ৪৩৪৪ a =2, ৺৪ d =2

∇৭ ৪৩৺২ $S_{50} = \frac{50}{2}[\,2X2 + (50-12)2] = 2550$

$[\because S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-10)d]$ (৩৭৯)

৮৭LLৰLL◇-5

27+24=21+.....৪৩ ৫৫৪৫৪৪৺ ৺২২৺ ৯২ ৪৩৪ ৯৩৩ ৪৩ ৪৩৪৫৫ ৺২ 132 ৩০৺৭৺৺? ◇৺৪৫৪৺ ৩৭৯ ৫৫৯৩৫৯৺ ৫৩ ৩২৭৭৺ ০৭৪৺২ ৫৺ ০৭ ৯৩?

ৼ৺৪৫ ৯৭৯৩৫ –

৭০৭৫৪ ৪৩ ৺২ ৯৺৯ ৺২২৺ a = 27, ৺৪ ৯৺৺৪ ৯৺৺৺৭৫৯ d = 24-27 =21 -24 = -3 ৩৪৭. ∇৭ ৺২ ৩৯৺ ৯৭ ৫৫৺৩৫ ৺২, 27, 24, 21.....A.P. ৯৩৯৺ ৫৩ ৯৩৭৪.

৪২৭৪৪ ৯৺ ৺২২৺ ৯২৺২ n ৪৩৺২ ৪৩৪৫৫= 132.

∇৭৺২

$S_n = 132 \Rightarrow \frac{n}{2}[\,2a + (n-1)d\,] = 132 \Rightarrow \frac{n}{2}\{2X27 + (n-1)(-3)\} = 132 \Rightarrow \frac{n}{2}(27 - 3n) = 132 \rightarrow n(57 - 3n)$

$=264 \Rightarrow -3n^2+ 57\ n - 264 = 0 \Rightarrow n^2 - 19\ n + 88$
$= 0 \Rightarrow (n-1)(n-8) = 0. \Rightarrow n = 11$ ಘಕ 8 A.p ರಐ 11 ಬದ್ದಾಲ ಅದ ರಐಖಿ ಖಂಘಕ್ರ ಐದ 132 ಲ್ಲಾದ ದಾಲ್ರಿಖಿ 8 ಬದ್ದಾಲ ಅದ ರಐಖಿ ಖಂಘಕ್ರದ ಐದ 132 ಂದಂಎ ದಿ ಎಘ.

ಗಿಅಐಘಎ ಆರ, ಳಎಬಿ ಲ್ಲದ $t_9=27+(9-1)\ (-3)= 3,$
$t_{10} = t_9+d = 3+(-3) = 0$
$T_{11} = t_{10}+d = 0+ (-3) = -3 \Rightarrow t_9 + t_{10}+t_{11}$
$= 3+0+(-3) = 0 \Rightarrow S_{11} = S_8+t_9+t_{10}+t_{11} = S_8 + 0 = S_8.$ಗಂಳಿಘ ಘಕ ಖಂಘಕ್ರ ರಐ 8 ಘಎಐರ 11 ಖಎ ಬದ್ದಾಲ ಆಗಖಳ ಖಂಘಕ್ರ ಲ್ಲದ 132 ಂಂಎಳಿಎ. (ಂಳಿಅ)

ಟಳಿಟಗಟಿಂ – 6

ತಿಘಖಿ ಆಗಬಗಘ ರಐ $t_n = 2n+$ ಂದಂಎಳಳ ರಐಲ್ಲದ S_n ದಅಿಐ ಬಐ?
ಓಎಳಘಅ ಖಟಅಗ – $t_n = 2n+ 3$ ಂರಘಟಿಗ ರಐ n ಂದಲ್ಲದಅ ಆಐ 1 ದಅಐ ರಐಂಟ ಳಖಐಖಎ. $T_1 = 2X1+3 = 5 \Rightarrow a = 5,$ ಐಳಘಎ ಎಐ n ಂದಲ್ಲದಅ ಆಐ 2 ಂಟ ದಅಐ ರಐ ದಾಲ್ರಿಖಿ 3 ದಅಐ ರಐಂಟ ಳಖಐಖಎ
$T_2 = 2X\ 2+3 = 7$ ಎಘ $t_3 = 2X3+3=9,\ t_3 - t_2 = 9 - 7 = 2$ ಎಘ $t_2 - t_1 = 7-5 = 2\ \therefore t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = 2.$ ಥಳಿರಐಲ್ಲದ ಥಖಎ ಘಳ ಜಲ್ಲಖಿ ಜಎಬಿಎಳಿಗಿ ಲ್ಲದ 2 ಖಐಳಿಘ ಆಐ ಳಖಎ ಘಳ ಆಗಬಗಘ ಲ್ಲದ ಖಘಖಿ A.p. ಆಳಎ. Zಘದಾಳಎ ರಐಖಿಎ $d = 2.$

$S_n = \frac{n}{2}[\ 2a + (n - 1)d] = \frac{n}{2}[2X5+ (n - 1)\ X2]$
$= \frac{n}{2}(10\ +\ 2n\text{-}2) = \frac{n}{2}(2n\ +8)\ =\ n(n+4)\ =\ n^2\ =\ 4n$
(ಂಳಿಅ)

ಗಿಎರಐಅ – n ಆಘ ರಐ ಘಖಿಖಎ ಐಂಆಳ ಎಬಿಎ ಎಐ ತಲ್ಲಿಖಘಆಂ ಘಖಘಖಳಿಬ ಬದ್ದಾಲಲ್ಲಿರಐಖಿ ಖಂಘಕ್ರದ ದಅಿಐ ಲ್ಲಿಖಿಎ ಎಐಖಿಎ.

ঽ০৸০৪০৺২ n =ϰ ৭৸২৸ ৪০৺২, S_{30} ৪২ ২ঌ ৺৭৪২৸ ১৸. ৴৸ ৪০৺২

$S_{30} = 30^2 + 4x\ 30 = 900+120 = 1020.$

ৎ৭ঽঽঌ৹ ৹ 7

ঽ৲৪৸ ৩৲৴৲৸ ৪০৪৪৸$Sn = 3n + 4n^2$ **৪০৺২** t_7 **৺২ ৺২৸৹৸ ৸৲৸৲৸৹?**

ৰ১৪৲৩ ৪ঽ৩৲ – **ʃ৺১৸৹১ ০ঽ** $S_n = 3n+4n^2$, (n-1) **৴২২৺ ৪০৪৸ ৸০৪৸৲ ৪ঽ৺৲** (S_{n-1}) **৺২০১৸৹ ৪০৺২** **(** S_n **৪০** n **০২৺২৩ ৩০** n- 1 **৪৲৯৪ ৪০),** S_{n-1} =3(n-1)+ 49n -1)^2 3n -3 +4n^2 – 8n +4 = -5n +4n^2 +1, **৯০৹৺২** $S_n = S_{n-1} + t_n \rightarrow$ 3n +4n^2 = - 5n = 4n^2+1+$t_n \rightarrow t_n$ 8n- 1 .....(i)

$\therefore t_7 = 8x7- 1 = 55$ [(i) **৪০ ৹ ৪০৪৸ ১২৹৯** 7 **৪৲৯৪ ৪০**]

ৎ৭ঽঽঌ৹-8

৴২৪৹৹৪০৯১৸৪ ৴০ ৯৲, **৪ঽ৺৲** a^2, b^2 ,c^2 **১৴৯১** **৯২৺২** A. P. **৪০ ৯০৹৸ ৪০৺২ ৪০** $\frac{1}{b+c}$, $\frac{1}{c+a}$,$\frac{1}{a+b}$ **৪০ ৩৭৹১.**

ৰ১৪৲৩ ৯ঽ৩৲ – a^2 ,b^2, c^2, **৯২** A. P. **৪০ ৯০৹৸ ৩১৸০১ ৩০** ab+bc+ca **৯২ ৸ও ৯৲১০ ৴০ ৹৯১ ১৴৯১ ৯২২ ১৸০** A. P. **৪০১৸০ ৩৭৹১** (3 **৹০৩০ ৴০**)

৴৹ ৪০৺২ a^2+2ab + bc + ca , c^2 +ab +bc +ca **৯২৺২** A. P. **৪০৯২ ৩৭ ৹১.**

⇒a(a+b) + c(a+b), b(a+b) + c(a+b) , c(b+c) +a+(b+c) A. P. **৪০ ৯০৹৸ ৯২১.**

⇒(a+b) (c+a) , (a+b) (b+c), 9b+c) (c+a) A.P. হয় ৪২৯. যেহেতু সসজ্য ৪৩ (a+b)(b+c)(c+a) এর পারস্পরিক হয় এমন সংখ্যা সমূহ নিয়ে A.P. হবেনা এটাই.

∴ $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ ৪২ A.P. হয় ৪২ এটাই. (সংজ্ঞানুসারে)

উদাহরণ - 9

দেখাতে হবে যে ৮৫, ৮৫টি A.P. হয়টির $t_{m+n}+t_{m-n} = 2t_m$

প্রমাণঃ- ৪২টাকে A.P. হয়টির প্রথম সংজ্ঞ এবং সাধারণ অন্তরকে a এবং d

ধরে $t_{m+n} = a(m+n-1)d$ ar $t_{m-n} = a + (m-n)d$,

$t_{m+n} + t_{m-n} = (a+a) +(m+n-1+ m-n-1)d =$

$2a + (2m-2)d = 2\{a + (m-1)d\} = 2t_m$. $\therefore t_{m+n} + t_{m-n} = 2t_m$. (সংজ্ঞা এটাই)

বহুপদী প্রশ্ন - 1 (a)

(এ অংশটি)

1. নিম্নের প্রশ্নগুলোর প্রদত্ত উত্তরসমূহ হতে সঠিক উত্তরটি লিখ.

(i) 1, 2, 3, 4,...এর t_8 = ...[(a) 6,(b) 7, (c) 8, (d) 9]

(ii) 2,4,6,8 .....এর t_7 = ...[(a) 12 (b) 14 (c) 16 (d) 18]

(iii) – 5, -3, - 1, 1 .....এর t_{11} = ... [(a) 13 (b) 15 (c)17 (d) 19]

(iv) 3, 6, 9, ……..ಪದ ಅನಂತ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ

d =……..[(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6]

(v) - 4, -2, 0, 2……A.P. ಪದ ಅನಂತ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ

d = ……..[(a) -2 (b) -3 (c) 2 (d) 3]

(vi) 10.2, 10.4, 10.6, 10.8…….ಪದ

t_5 = ……..[(a) 11.0 (b) 11.2 (c) 11.4 (d) 11.6]

(vii) 2.5, 2.9, 3.3, 3.7,……..A.P. ಪದಗಳ ಅನಂತ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ

d = ……..[(a) 1.5 (b) 1.4 (c) 0.5 (d) 0.4]

(viii) 3, x, 9 ……ಎಪಿಯ A.P. ಪದವಾದ x = ……..

[(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 7]

(ix) 1.01, 1.51, 2.01, 2.51….A.P. ಪದಗಳ ಅನಂತ ಅನುಕ್ರಮವಾದ d = [(a) 1 (b) 0.5 (c) 1.5 (d) 1.05]

(x) 5, 0, - 5, - 10, …..A.P. ಪದಗಳ ಅನಂತ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ d = [(a) -5 (b) 5 (c) – 10 (d) 10]

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದು A. P. ಆಗಿಲ್ಲ ಹೇಳಿ.

(i) 1, 4, 7, 15, 16, 19, 22

(ii) 1, 8, 15, 22, 29, 36, 43, 50

(iii) 1, 6, 11, 15, 22, 28, 34, 40

(iv) 1, 4, 7, 9, 11, 14, 17, 20.

(v) -5, - 3, -1, 0, 2, 4, 6, 8.

(vi) a + a +d, a+ 2d, a+ 3d, a+4d, a+ 5d,

a +6d, a+ 7d.

(vii). 0.6, 0.8, 1.0, 1.5, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0.

(viii) -7, -4, -1, 2, 5, 8, 11, 14.

3. ಸ್ಪರ್ಧೆಯ 2 ರ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ ಆಧರಿಸಿ A.P. ಆಗಿ ರೂಪಿಸಲಾಗಿದೆ ಅದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಹುಡುಕಿ.

4. ಮೊದಲ ಪದವು a = 5 ಆಗಿರುವ ರಾಶಿಯ A.P. ಯಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಅದು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ
   (i) d = 5, (ii) d = 4, (iii) d = 2, (iv) d= -2,
   (v) d = -3 ಆದರೆ ಏನು.

5. ಕೊಟ್ಟಿರುವ A.P. ಯಲ್ಲಿ n ನೇ ಪದ ಯಲ್ಲಿ ವ್ಯತ್ಯಾಸ t_n ಅನ್ನು ಪದ ಬಳಸಿ ಮೊದಲ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ t_5, t_8, ಮತ್ತು t_{10} ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $t_n = \frac{n+1}{2}$ (ii) t_n = - 10 +2n (iii) t_n = 10n+5
   (iv) t_n = 4n -6

6. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪದಗಳಲ್ಲಿ A.P. ಅಲ್ಲ ಎಂದು (ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ, ಮುಂದಿನ ಎರಡು ವಿಷಯಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದಗಳನ್ನು) ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ,
   (i) ಮೊದಲ ವ್ಯತ್ಯಾಸ a = 4, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d = 3. (ii) ಮೊದಲ ವ್ಯತ್ಯಾಸ a = - 8 , ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d = - 2.
   (iii) ಮೊದಲ ವ್ಯತ್ಯಾಸ a = 7, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d = - 4.
   (iv) ಮೊದಲ ವ್ಯತ್ಯಾಸ a = 10, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d = 5.
   (v) ಮೊದಲ ವ್ಯತ್ಯಾಸ a = $\frac{1}{2}$, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d = $\frac{3}{2}$.
   (vi) ಮೊದಲ ವ್ಯತ್ಯಾಸ a = $\frac{1}{2}$, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d = -1.

7. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಅಪೂರ್ಣ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಪದಗಳನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(a) 1, 2, 3, 4, ...ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(b) 1, -1,1, - 1.....ಆವರ್ತನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು.

(c) 2, 1, -1, -2, ನಿರಂತರ ಸಮಯ ಪದವು ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದ ಪಡೆಯಿರಿ.

(d) Zফল ৎযঢ়ঢ়য় ৸ t_n = n-1, ঢ়ঃজ ৺ ফযয়ি A.P. ৎঃজ.

(e) Zফল ৎযঢ়ঢ়য় ৸ $S_2 = \frac{n(n-1)}{2}$ ঢ়ঃজ ঋ A.P. ৎঃজ.

(f) Eঃ৺ফ ২ফল ∇ ৸ঢ়য় 3 ফল ৸ঢ়য় ঙঢ়৸ ঔ৺ 2: 3 : 4 ৸ঢ়৺ , 3 ফল ৸ঢ়য় ৫২ঃ২ফজ ৺ ফযয়ি A.P. ফ ০৭ফ য়জ.

(g) Sফয়ি ঔ২ফঃ ফল ∇ ৸ ৫৺ফ ফ ফযয়ি A.P. ৸ ফ ৎ৭ঃজ.

(h) Gৎ৷ফ ফ০ ০ফ৫২ফ জ৺ফজ ফ ফযয়ি A.P. ফ ০ফ৪ ৺৭য়য়.

(i)5 ৎ ঙ৷ফ৫য় ঔঃঃ৯ ৩০৯জ জ৺ফজ ফ A.P. ঙ২০জ২য় জয়.

(j) 5, x, 9, জ৺ফ৯জ ফ ঋঋফ়ি ৎ০৸ঔজ ৸০ফ২ ৎ৭ঃ ৸ x = 6 ঙ২০জ২য় জয়.

(∩ ◇ᒧTᒧ)

8. (a) 1+2+3 +…..৸ S_{10} ৺২ ফযফযঃ?

(b) 1+ 3+5+……৸ S_{10} ৺২ ফযফযঃ?

(c) 2+4+6+…..৸ S_{15} ৺২ ফযফযঃ ? (d) 1 – 2+ 3 – 4+ ……..৸ S_{30} ৺২ ফযফযঃ ?

(e) 1 – 2+ 3 – 4 +……৸ S_{41} ৺২ ৎ২৸৺ ফযফযঃ ?(f) 1+ 1 =2 + 3 + 3 …৸ S_{17} ৺২ ফযফযঃ ?

(g) 1 +2 +3 + 2 + 3+ 4+3 + $ +5...৸ S_{39} ৺২ ফযফযঃ ? (h) -7 -10 -13 …৸ S_{21} ৺২ ফযফযঃ ?

(i) 10 + 6 + 2+…৸ S_{15} ৺২ ফযফযঃ ? (j) 20 = 9 -2 + …..৸ S_{25} ৺২ ফযফযঃ ?

(k) n +(n – 1) + (n – 2) +….৸ S_n ৺২ ফযফযঃ ?(l) $5+ 4\frac{1}{3}$ + $3\frac{2}{3}$ + …৸ S_{20} ৺২ ফযফযঃ ?

[20]

9. (a) ଯଦି a= 3, d = 4,
n = 10 ହେଲେ S_n ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(b) ଯଦି a = -5, d = -3,
ହେଲେ S_{17} ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର?

(c) ଯଦି t_n = 2n-1, ହେଲେ ପ୍ରଥମ ପଦସଂଖ୍ୟକ
ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର.

(d) ଯଦି t_n = 3n+ 2, S_{61} ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(e) t_n = 3n-5 ହେଲେ, S_{50} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(f) ଯଦି t_n = 2 -3n, ହେଲେ S_n ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(g) ଯଦି $S_n = n^2$, ହେଲେ t_{15} ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(h) ଏକ A.P ର ପ୍ରଥମ a = 3, d = 4, S_n = 903 ହେଲେ
n ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(i) ଏକ A. P. ର ପ୍ରଥମ d = 2, S_{15} = 285, ହେଲେ ର
ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(j) ଏକ A. P. ର ପ୍ରଥମ t_{15} =30, t_{20} =50 ର ହେଲେ S_{17}
ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଯୁକ୍ତି ?

10. (i) ନିମ୍ନରେ ଦତ୍ତ ସମାନ୍ତର ଶ୍ରେଢ଼ୀର ପ୍ରଥମ କେଉଁ ସମାନ୍ତର ଶ୍ରେଢ଼ୀ ହେବ ତାହା ଲେଖ
ଏବଂ.

(a) 1 ରୁ 105 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କର.

(b) 25 ରୁ 93 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କର.

(c) 111 ରୁ 222 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କର.

(ii) 1, 2, 3 …ଗୁଣୋତ୍ତର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ
(a). S_{20} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର . (b) S_{50} ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(iii) 32 ରୁ 85 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କର ପ୍ରଥମ
ପଦ ଓ ଶେଷ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର .

(iv). 100 ಮೀಸಲಿಡಬೇಕಾದ ಅಭ್ಯರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(v) 150 ಕ್ಕಿಂತ ಮೀಸಲಿಡಬೇಕಾದ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅಭ್ಯರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಗಳು)

11. ಸಿಹಿ ಅಡುಗೆಯ ಪದಾರ್ಥದ ಪ್ರತಿ 17 ಗ್ರಾಂ ಸಕ್ಕರೆಯಲ್ಲಿ 2 ಗ್ರಾಂ ಪ್ರೋಟೀನ್ ಇರುವಂತೆ 72 ಗ್ರಾಂ ಪ್ರೋಟೀನ್ ಇರಲು ಎಷ್ಟು ಗ್ರಾಂ ಸಕ್ಕರೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

12. (i) ಸಮಾನಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದವನ್ನು ಅದರ 18 ನೇ ಪದವು 192 ಆಗಿರುವಂತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

(ಸೂಚನೆ – ಬೇಕಾದ a – d, a + d ಆಗಿರುವಂತೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿರಿ.)

(ii) ಸಮಾನಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 6 ನೇ ಪದವು ಅದರ ಮೊದಲ ಪದದ 16 ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 63 ಆಗಿರುವಂತೆ , ಬೇಕಾದ ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(ಸೂಚನೆ: ಬೇಕಾದ ಪದಗಳು a – 5d,
a – 3d, a – d, a + d, a + 3d, a+ 5d ಆಗಿರಲಿ)

13. ಸಮಾನಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದವು ಬೇಕಾದ ಪದಕ್ಕಿಂತ 21 ನೇ ಪದವು 155 ಆಗಿರುವಂತೆ ಇರಬೇಕಾದರೆ ಇರಬೇಕಾದ ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ?

14. ΔABC ಅನ್ನುತ್ತದೆ ಬಿಬಿಸಿಯಲ್ಲಿ 'D' ಅಂಶವು ಬಿಬಿಸಿ ಅನ್ನು ಅಂಶವು ಇಲ್ಲಿಂದ ಅನ್ನು AB , ಬಿಸಿಯಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲಿ, ಯಾವಾಗ ಅಬಿ ಅನ್ನು 3: 4: 5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿದೆ.

15. 100 ಅಡಿ ಉದ್ದದ ಕಂಬವು ಅಂಚಿನ ಯಾವ 5 ಅಡಿ ಉದ್ದವಿರುವ ಅಂಚಿನ ಮೇಲೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಬಿದ್ದಿದೆ ಎಂದು ಬಿಂಬಿಸಿ.

16. 200 ಅಡಿ ಉದ್ದದ ಕಂಬವು ಅಂಚಿನ ಯಾ 3 ಅಡಿ ಎತ್ತರ ಉದ್ದವಿರುವ ಅಂಚಿನ ಮೇಲೆ ಲಂಬವಾಗಿ ಬಿದ್ದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
(ಸೂಚನೆ- 1+2+...+199 ar 3+ 6+ ....+198 ಅನ್ನು ಅಡಿ ಎತ್ತರಕ್ಕೆ ಅಡಿ ಯಾವುದೇ ಅಡಿ ಯಂತೆ ಅಡಿ)

17. 15 ಅಡಿ ಬಿಸಿಯಲ್ಲಿ ಎಂಬ ಉದ್ದದ ಅಲ್ಲಿಂದ ಬಿಂದು ಬಿಸಿ ಎಂಬಿಸಿ ಅಲ್ಲಿ ಎಂಬಿಸಿ ಅನ್ನು ಅಡಿಗಳ ಉದ್ದದ ಅಡಿ ಯಾವಾಗ ಅಡಿ ಅಡಿ ಅಲ್ಲಿ ಅಡಿ ಅಡಿಗಳ ಉದ್ದದ ಅಡಿ 120 ಅಡಿ ಬಿಸಿ.

18. A.P. ಅಡಿ ಉದ್ದಿನ ಬಿಬಿಲಿಬಿಸಿಯ ಎಂಬಿಸಿ ಅನ್ನು ಯಾವಾಗ ಅಡಿ ಉದ್ದಿನ ಅಂಚು ಅಡಿಯ ಲಂಬಿಸಿ ಅಡಿಯ ಉದ್ದದ ಅಂಚಿನ 58 ಅಡಿ ಅಡಿ ಎಂಬಿಸಿಯಲ್ಲಿ ಎಂಬಿಸಿ ಯಾವುದು ?

19. A.P. ಅಡಿ ಉದ್ದಿನ ಬಿಬಿಲಿಬಿಸಿಯ ಎಂಬಿಸಿ ಅನ್ನು ಅಡಿ ಉದ್ದಿನ ಅಂಚು ಅಡಿಯ ಎಂಬಿಸಿ ಅಂಚು ಅಡಿಯ ಉದ್ದಿನ 8 ಎಂಬ ಎಂಬಿಸಿ ಅಂಚು ಅಡಿಯ ಉದ್ದಿನ 15 ಅನುಪಾತ ಅಡಿ ಎಂಬಿಸಿ ಅಂಚಿನ ಅಂಚಿನ ಬಿಂದು ಬಿಂದು ಬಿಂದು ಬಿಂದು.
(ಸೂಚನೆ – ಎಂಬಿಸಿ ಅನ್ನು a – 3d, a- d, a + d ಎಂಬ a+ 3d ಬಿಬಿಲಿ ಅಡಿ ಉದ್ದಿನ ಅಲಿಂಕ್ ಬಿಂದು)

20. A.P. ಅಡಿ ಉದ್ದಿನ ಎಂಬಿಸಿಯ ಎಂಬಿಸಿ ಅನ್ನು n ಪದಗಳ ಬಿಂದು ಅನ್ನು ಅಡಿಯ ಉದ್ದಿನ S_1, S_2, ಎಂಬ S_3 ಅಲಿಂಕ್ ಎಂಬಿಸಿ ಅಡಿಯ ಅಡಿಂದ ಬಿಂದು 1 ಎಂಬ ಉದ್ದಿನ ಉಎಂಬಿಸಿಯಲ್ಲಿ ಅನ್ನು ಪದದಲ್ಲಿ 1, 2, 3 ಅಡಿ, ಬಿಂದು ಬಿಂದು ಅಡಿ, $S_1 + S_3 = 2S_2$.

21. ತ್ರಿಭುಜ A. P. ಯಲ್ಲಿ p ಪದವಾದರೆ, q ಪದವಾದರೆ, ಮತ್ತು r ಪದವಾದರೆ ಯಲ್ಲಿ ವ್ಯವಕಲನ ಸಮಾನವಾಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು a, b, ಮತ್ತು c ಆದರೆ ಅವುಗಳು ಸಾಧಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿರಿ

$a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0.$

22. ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು a, b, c ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳು ಸಾಧಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಇದಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ a^2 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳು ತೋರಿಸಿರಿ.

(i) $\frac{1}{bc}, \frac{1}{ca}, \frac{1}{ab}$ (ii) b + c, C+a, a+b

(iii) b + c –a , c+ a –b, a + b – c

(iv) $\frac{1}{a}(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}), \frac{1}{b}(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}), \frac{1}{c}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$.

(v) a^2 (b + c), b^2 (c + a), c^2 (a + b).

23. (i) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ ಗಳು A. P. ಆಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಮತ್ತು a +b +c ≠ 0 ಆದರೆ ಸಾಧಿಸಿರಿ ಕೆಳಗಿನವು $\frac{b+c}{a}, \frac{c+a}{b}, \frac{a+b}{c}$ ಗಳು ಸಹ A. P. ಆದ ಗಳು.

(ii) $\frac{a}{b+c}, \frac{b}{c+a}, \frac{c}{a+b}$ ತಿಳಿಸಿದ ಆದ A.P. ಆದ ತೆಗೆ ಆದ ಮತ್ತು a + b + c ‡ 0 ಆದರೆ ಆದ ಸಾಧಿಸಿರಿ ಸಾಧಿಸಿರಿ ಆದ ಮತ್ತು – $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ ಗಳು A.P. ಆದವು ತೋರಿಸಿರಿ.

24. ಒಬ್ಬಳು ಹುಡುಗಿ A.P. ಯಲ್ಲಿ ಹಣವನ್ನು ಉಳಿಸುವ ಸಲುವಾಗಿ a ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ವಾರ ಉಳಿಸುವ / ಆದರೆ ಆದ ಸಾಧಿಸಿರಿ ಮಾಡಿದಳು ಆದ ಮತ್ತು ತಿಳಿಸಿದ ಆದ ಆದ ಆದ r ಆಯಿತು ಉಳಿಸುವ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಆದ ಆದ r ಆಯಿತು ಉಳಿಸುವ ಕೊನೆ ಯಲ್ಲಿ ಹುಡುಗಿ , ಮತ್ತು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಉಳಿಸುವ ಯಲ್ಲಿ ಹುಡುಗಿ ಎಷ್ಟು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25. ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ BD ರೇಖೆಯು ∠B ಯನ್ನು ಸಮದ್ವಿಭಾಜಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು AB = p ಮತ್ತು BC = r, ಹಾಗೂ AD = q ಮತ್ತು DC = s ಆಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು AC = d, ಆದರೆ $\frac{r}{p} - \frac{s}{q} = (p - q)\frac{d}{2}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

26. ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ BC, CA, AB ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ D, E, F ಆಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು AD = a, BE = b, CF = c ಆದರೆ $\frac{a}{q}(q - r) + \frac{b}{q}(r - p) + \frac{c}{r}(p - q) = 0$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

27. ಒಂದು A.P. ಯಲ್ಲಿ $t_p = q$, $t_q = p$ ಆದರೆ, $t_m = p + q - m$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
ಸೂಚನೆ: $a + (p-1)d = q$ ಮತ್ತು $a + (q-1)d = p$ ಆದ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ a ಮತ್ತು d ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು t_{pq} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28. ಒಂದು A.P. ಯಲ್ಲಿ $S_m = n$, $S_n = m$ ಆದರೆ $S_{m+n} = -(m+n)$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

೬.೫. ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ಸೂತ್ರ (Defference formulae) –

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಅನುಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಅದರ ಪದಗಳ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಕ್ರಮಾಂಕಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವಿರುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದು. ಆ ಸೂತ್ರವು ಆ ಅನುಕ್ರಮದ ಯಾವುದೇ ಪದವನ್ನು ಅದರ ಕ್ರಮಾಂಕದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾ: ಸೂತ್ರ, $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ [$\because \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)}$ $= \frac{1}{n(n+1)}$]

ಇಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗದ ಪದವನ್ನು ಬಲಭಾಗದ ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಹೀಗೆ ಇಲ್ಲಿ ಬರುವ ಪದಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಬರೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಮಾಡುವ ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ಸೂತ್ರಗಳು ಎನ್ನುವರು. ಇಲ್ಲಿ ಎಡಭಾಗದ ಪದವನ್ನು ಬಲಭಾಗದ ಪದಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $\frac{1}{1X2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{2X3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$. ಮುಂದಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು ಇದನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡೋಣ –

উদাহরণ -৬

$\frac{1}{1x2} + \frac{1}{2 x 3} + \frac{1}{3x4} + \ldots + \frac{1}{n\,(n+1)}$ ধারার যোগফল কত নির্ণয় কর।

কারণ দেওয়া আছে- $\frac{1}{1x2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$,

$\frac{1}{1x3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3x4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

.....

$$\frac{1}{n\,(n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

যোগফল ধর $\frac{1}{1x2} + \frac{1}{2+3} + \frac{1}{3x4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1} = 1 - \frac{1}{n\,(n+1)}$

$\therefore S_n = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$ (ঃনং)।

উপরে যে n সংখ্যক ধারার বেজোড় সংখ্যক পদের ধারা সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় করা হলো তাকে সমান্তর ধারা বলে। নিম্নে কয়েকটি উদাহরণ দেয়া হলো-

(i) উপরে n টেরম ধারার বেজোড় সংখ্যক ধারার যোগফল পাওয়া গেল,

এখন $S_n = 1+2+3+.....n$. এটা যে ধারা তার $1^{ম}$ =1, সাধারণ অন্তর =1, মোট পদ = n টা ধারাটি $S_n = \frac{n}{2}\{2x1+(n-1)\,1\} = \frac{n}{2}(2=n-1) = \frac{n\,(n+1)}{2}$....(i).

উদাহরণ

$$1+2+3+...+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

(ii) ১ম n টা স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়-

১ম পদ্ধতি $S_n = 1+3+5+....n$ সংখ্যক পদ

১ম পদ = 1, সাধারণ অন্তর = 2, সংখ্যা পদ = n

$S_n = \frac{n}{2}\{2x1+ (n- 1)2\} = \frac{n}{2}(2 +n -2) = \frac{n}{2} 2n$

$=n^2$.....(2)

∴ প্রমাণ

$1+3+5+.....+n$ টা বিজোড় সংখ্যার সমষ্টি $= n^2$

(iii) ১ম n সংখ্যক জোড় সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়-

১ম পদ্ধতি $S_n = 2+4+6+.....n$ সংখ্যক সমষ্টি.

$= 2\ (1+2+3+.....n$ সংখ্যক সমষ্টি)

$= 2.\frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$ (i) নং.....(3)

∴ প্রমাণ

$2+4+6+.....+n$ সংখ্যক সংখ্যার $= n(n+1)$

১ম ২য় n টা স্বাভাবিক সমষ্টি সংখ্যার বর্গের বর্গ ও ঘনের সমষ্টি নির্ণয় করতে হলে নিম্নে প্রদত্ত ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে।

(A) ১ম n সংখ্যক জোড় সংখ্যার বর্গের (Squares of Natural Numbers) সমষ্টি-

১ম পদ্ধতি $S_n = 1^2+2^2+3^2+ .....+n^2$

[$n^3 - (n-1)^3 = n^3 - (n^3 -3n^{2+3n} -1) = 3n^2 -3n +1$.

ପ୍ରମାଣ କରିବା ଯେପରି ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ 1,2,3,4,....ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କ ଘନର ସମଷ୍ଟି, $1^3-0^3 =3.1^2 - 3.1 +1$

$2^3 - 1^3 = 3.2^3 -3.2 +1$

$3^3 -2^3 =3.3^2 - 3.3 +1$

.....

.....

$(n-1)^3 - (n -1)^3 = 3 (n-1)^2 -3(n-1) +1$

$N^3 - (n-1)^3 =3n2 . 3.n+1$

$N^3=(1^2+2^2+3^2+.....+3n^2) - 3 (1+2+3+....n)+n$

ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କରୁ ଆମେ ପାଇପାରିବା

$\Rightarrow n^3 = 3S_n - 3 . \frac{1}{2} n (+1) +n$ (ଦୁଇପକ୍ଷ i ଯୋଗକଲେ)

$\Rightarrow 3S_n = n^3 + n- \frac{3n}{2} (n+1) \rightarrow 3S_n = n^3 - n + \frac{3n}{2}$

$(n+1)= n(n^2 -1) + \frac{3n}{2} (n+1)$

$= n(n+1) \{ (n-1) + \frac{3}{2} \} = n(n+1) (\frac{2n-2+3}{2})=$

$\frac{n (n+1)(2n+1)}{2} \Rightarrow S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.....(4)

ଦୁଇପକ୍ଷ

$$1^2+2^2+3^2+.....+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(B) ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ର ଘନର ସମଷ୍ଟି (Cubes of natural numbers) ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସୂତ୍ର– ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $S_n = 1^3+2^3 +3^3 + ...+n^3$

ଯେକୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ଯୌଗିକ ପାଇଁ, $(r +1)^2 - (r-1)^2 =4r$

ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କରେ r ର ପରିବର୍ତ୍ତେ r^2 $(r+1)^2 - (r -1)^2 r^2 =4r^3$ ପ୍ରମାଣ କରିବା ପାଇଁ r ଦୁଇପକ୍ଷ ରେ

1,2, 3, ...n ಪದಗಳು ಒಂದು ಅಂಕಗಣಿತ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$1^2.2^2 - 0^2.1^2 = 4.1^3$

$2^2.3^2 - 1^2.2^2 = 4.2^3$

$3^2.4^2 - 2^2.3^2 = 4.3^3$

.....

.....

$(n-1)^2.n^2 - (n-2)^2.(n-1)^2 = 4(n-1)^3$

$N^2(n+1)^2 - (n-1)^2.n^2 = 4n^3$

ಸಾಧನೆ $n^2(n+1)^2 = 4(1^3+2^3+3^3+.....+3n^3)$

ಮೇಲಿನ ಪದಾಂಶ $4S_n = n^2(n=1)^2$

$\therefore S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \{\frac{n(n+1)^2}{2}\}$.....(5)

ಘನಗಳ

$$1^3+2^3+3^3+.....+n^3 = \{\frac{n(n+1)^2}{2}\}$$

ವಿಶೇಷ

$$1^3+2^3+3^3+.....+n^3 = (1+2+3+.....+n)^2$$

ವಿಶೇಷ ಸಂ n ಯಾವ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವು ಮೊದಲ 25 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ , ಸಂಖ್ಯೆ n ಯಾವ ಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನವು ಮೊದಲ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಮೊತ್ತವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ವಿಶೇಷ $n^4 - (n-1)^4 = 4n^3 - 6n^2 + 4n - 1$ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿ ಪದ S_n ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

∑.ধ্বনি (Sigma notation)

কোনো সমান রাশি যখন ধ্রুবক সংখ্যক বার যোগ করা হয় তখন যোগের সংক্ষিপ্ত রূপ হিসেবে গ্রিক বর্ণ সিগমা(∑) ব্যবহার করা হয়।

$1+2+3+\ldots\ldots\ldots+n = \sum n = \frac{n(n+1)}{2}$. $1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots n^2 = \sum n^2 = \frac{n(n+10(2n+\ )}{6}$

$1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots\ldots+n^3 = \sum n^3 = \{\frac{n(n+1)^2}{2}\}$ প্রমা. দেখানো হয়েছে যে কোনো ধ্রুবক সংখ্যা (i) বার (5) নং এর ক্ষেত্রে $\sum n(n+1) = \sum(n^2+n)$ $= \sum n^2 + \sum n$. $\sum(n+1)(n+2) = \sum(n^2+3n+2) = \sum n^2 + 3\sum n + \sum 2 = \sum n^2 + 3\sum n + 2n$.

উদাহরণ- 11.

$1.2=2.3+3.4+\ldots\ldots\ldots\ldots+n\,(n+1)$ ধ্রুবক সংখ্যা দেখাও যে, কোনো ধ্রুবক – দেওয়া আছে $t_n = n\,(n+1)$, এখানে n নং পর্যন্ত যোগ করলে $= S_n$.এখন $S_n = \sum t_n = \sum n(n+1) = \sum(n^2+n) = \sum n^2 + \sum n$

$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}\left[\frac{2n+1}{3}+1\right] = \frac{n(n+1)}{2}.\frac{2(n+2)}{3} = \frac{1}{3}(n+1)(n+2)$. $\therefore S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ (প্রমাণ).

মন্তব্য – $\sum n^2$ এর $\sum n$ পর্যন্ত ধ্রুবক সংখ্যা দেওয়া থাকলে সহজে নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ – 12.

1.2.3+2.3.4+ 3.4.5+ ……..…ধ্রুবক n রাশি রাশির যোগফল দেখাও যে, কোনো ধ্রুবক নং হবে।

$t_n = n(n+1)(n+2) = n(n^2+3n+2)$

$= n^3+3n^2+2n. \because S_n = \sum t_n = \sum(n^3+3n^2+2n) = \sum n^3 +$

$3\sum n^2 + 2\sum n = \{\frac{n(n+1)}{2}\}^2 + 3.\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 2\frac{n(n+1)}{2}$

$[\sum n^3, \sum n^2, \sum n$ ওরোত ধর ধরি ধরে.$] = \frac{\{n(n+1)\}^2}{4} +$

$\frac{n(n+1)(2n+1)}{2} + n(n+1) = \frac{n(n+1)}{4}$ $\{n(n+1) +$

$2(2n+1)+4\} = \frac{n(n+1)}{4}(n^2+n+4n+2+4) =$

$\frac{n(n+1)(n^2+5n+\ )}{4} = \frac{n(n+1)(n^2+2n+3n+6)}{4} =$

$\frac{n(n+1)\{n(n+2)+3(n+2)\}}{4} = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$.

$\therefore \quad S_n = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$ (ণালে).

সমাধান→ Eনের সংজ্ঞা প্রয়োগ করে ও ধারা ↓ ধর ভাবে ধরি যোগফল ধর হচ্ছে প্রথম কয়েক পদের, S_n ধর $n = 10$ বসিয়ে S_{10} ◇ নির্ণয় করি.

$S_{10} = \frac{10x11x12x13}{2} = 8580$ ণালে ০ে হচ্ছে যা ৫ণ ওরোর ধ্রুব ওরোর.

উদাহরণ◇ – 13:

$1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)+$.....ধরি n ভাবে ণাঁর ধরির যোগফল নের ণ.

সমাধান: নের ধর n ণাঁর ধরির ভাবে বের $t_n =$

$(1+2+.....+n) = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{n}n^2+\frac{n}{2}$

$\therefore = S_n = \sum t_n = \frac{1}{2}\sum n^2 + \frac{1}{2}\sum n = \frac{1}{2}\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{1}{2}\frac{n(n+1)}{2}$

$= \frac{1}{4}n(n+1)\left(\frac{2n+1}{3}+1\right)$

$= \frac{1}{4}\frac{n(n+1)(2n+4)}{3} = \frac{1}{6} n\,(n+1)(n+2)$,

$\therefore\ S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ (ଘଏ) .

ꟾꟷꟾꟾꟾ◇: 14

$1^3+3^3+5^3+7^3+$……..n ଘଦ୍ୟ ଏ୨୨ଏ ୫୨ ୪ଠ୩୩ ୟଘ୩୬୰ ଏ୩ଠ ଏଠ.

ꟾ୨୪୫ – ଏଠଏଓ୪ ୪ଠ ୰୨୪୨ଓ ଓଏ ୟଘ୩୬୰ ୪ଠ n ଘଦ୍ୟ ଏ୨୨ଏ ୫୨

t_n ୪ଠଏ୨ $t_n = [1+(n-1)2]^2 = (2n-1)^2 = 4n^2 - 4n + 1.$

$\because S_n = \sum t_n = 4\sum n^2 - 4\sum n + \sum 1$

$= 4\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 4\frac{n(n+1)}{2} + n = 2n(n+1)\left(\frac{2n+1}{3} - 1\right) + n$

$= \frac{2n(n+1).2(n-1)}{3} + n = \left\{\frac{4n(n^2-1)}{3} + n\right\} = n\left(\frac{(4n^2-4)}{3} + 1\right)$

$= \frac{n}{3}(4n^2-1)$

$\therefore S_n = \frac{n}{3}(4n^2-1)$ (ଘଏ)

ꟾꟷꟾꟾꟾ◇ – 15.

1+3+6+10+15 ……..(n ଘଦ୍ୟ ଏ୨୨ଏ ୧୨୭୰) ୪ଠ ୟଘ୩୬୰ ଦଏ ଏ୭ଠ୫୰.

ꟾ୨୪୫ , ଏଠଏଓ୪ ଠ୭୰୭ଏ ୰ଏ୭୰ ୭୨ A.P. ୨୨ ୭୰ଓଏ ୪ଠ୫୨ ୰ଠ ଠଏ ୪ଠ୫୨ ଓ୩ଏ୩୩ ୭୩ ୰ଠ ୭ଠଏ୨ ୭୨ଓଠ (ଏଠଠଠ୭୰ 2,3,4,5,..ଠ୭ଏ) A.P. ୨୨ ଓଏ୰ ୨୨.

$S_n = 1=3+6+10+15+\ldots\ldots = t_{n-1}t_n$ Zଏ୰୨୪ ୰ଠ S_n

$= 1+3+\ldots.. = t_{n-2}+t_{n-1}+t_n$ ୭୩୫୰ ଏ୨୨ଏ ୰ଓ୨୭ ୪ଠ ୨ଓ୰ ୭ଏ୰.

◇୨ଠ ୪ଠଏ୨ ଦଏ ,

$0 = 1+(3-1)+(6-3)+(10-6)+\ldots\ldots+(t_n - t_{n-1}) - t_n$

$\therefore\ t_n = 1+2+3+\ldots+n$ ୧୨୭୰ ଏ୨୨ଏ ଘଦ୍ୟ

$\Rightarrow t_n = \frac{1}{2} n(n+1) = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n$. $S_n = \sum t_n = \frac{1}{2} \sum n^2 + \frac{1}{2} \sum n$

$= \frac{1}{2} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{1}{2} \frac{n(n+1)}{2}$

$= \frac{1}{4} n(n+1) \{\frac{(2n+1)}{3} + 1\} = \frac{1}{4} \frac{n(n+1)(2n+4)}{3} =$

$\frac{1}{6} n(n+1)(n+2)$,

$\therefore\ S_n = \frac{1}{6} n\,(n+1)(n+2)$. (ᏧᏂᏅᏫ)

1.2 ᏗᏁᏋᏒ ᎤᏬᏁ (Arithmetic Mean):

◇ᎯᏍᏋᎦᏁᏍ ᎯᏙᏫᏍ ᏫᏋᏂ a ᎯᏍ b ᏔᏫᏍ ᏫᏂᏣᏫ ᏍᏙᏯᏍ ᏔᏂ ᎯᏙᏫᏍ ᏫᏋᏂ ᏍᏙᏫᏃ ᏗᏁᏋᏒ ᏣᏫᏍ $x = \frac{a+b}{2}$ ᏗᏣᏍ ᏗᏁᏋᏒ ᏧᏂᏣᏫᏓᏓᏍ ᏫᏙᏫᏍ ᏣᏔ ᏫᏋᏍᎯᏍ ᎤᏓ ᏂᏔᏫ ᏫᏙᏫᎯᏍᎩ.

(a)_____x_____ (b)

A M B (ᏍᏓᏫᏍ – 1.1)

$\overline{AB}$ ᏍᏙᏓᏃ A ᎯᏍ B ᏍᏙᏓᏃ ᏂᏂᎯᏍᏓᏁᏍ ᏋᏙᏫᏣᏂ a ᎯᏍ b $(b > a)\overline{AB}$ ᏍᏙᏓᏃ ᏣᏫᏍ ᏣᏓᏕᏃ M ᏍᏙᏓᏃ ᏂᏂᏓᏁᏍ $x = \frac{a+b}{2}$ (ᏗᏣᏍ ᏗᏁᏋᏒ ᏫᏙᏫᏍ ᏣᏙᏯᏍ) ᏂᏙᏂᏣᏃ ᏍᏙ $a, \frac{a+b}{2}$, ᎯᏙᏫᏍ ᏫᏃ ᏗᏁᏋᏒ ᏣᏙᏫᏋᎯᏍ (A.P.) ᎯᏙᏂᏃ ᏫᏃᏍ ᎯᏙᏂᏃ ᎯᏋ, $\frac{a+b}{2} - a = b - \frac{a+b}{2} = \frac{b-a}{2} = d$ (ᏋᏯᏰ ᏋᎯᏓᎯᏂᏋᏱ)

{ ᏂᏙᏂᏣᏃ ᏍᏙ ᏂᏙᏫᏙᏓᏙ $\overline{AB}$ ᏍᏙᏓᏃ ᏋᎯᏓᎯᏂᏋᏱ = b-a}

a. $\frac{a+b}{2}$, b A.P. ᏍᏙ ᏣᏧᏰᏂ ᏍᏙ $\frac{a+b}{2}$ ᏫᏙ a ᎯᏍ b ᏍᏙᏓᏃ ᏗᏁᏋᏒ ᏧᏂᏍ ᎯᎠ A.M ᏫᏃ ᎯᏙᏣᏃ

◇ಽ೧೪

A.M. = $\frac{a+b}{2}$ (ಽ೪ಽ೬ ೪೦ ೯, $\frac{a+b}{2}$, b A.P. ೪೦೪ಈ೬೯)

ಒ೬ಟ೪೦ಟ೦ ೩೦೪೯ ೮೦ 7 ೯೪ 15 ೪೦೫೪ A.M. = $\frac{7+15}{2}$ =$\frac{22}{2}$ = 11

೦೬೩೦೪೯ ೫೦ -1 ೯೪ 10 ೪೦೫೪AM = $\frac{-1+10}{2}$ =4.5 ೦೪೬.

1.4.1 ◇೯೪ಈ೫೯ ೦೪೯೩೬ ೯೦೪೯ a ೯೪ b ೩ಽ೪೯ AM ೬೬೯೯.

(i) ೩ಽ೬ಽ೪ ೪೯ a ೯೪ b ೦೯ ೦೪೯೩೬ ೯೦೪೯ ೪ಈ೬ ೮೬೯. ೪೯೩ ೮೦ ೦೬ ೯೦೪೯ ೪ಈ೬ ◇ಈ೮೯೪ ೪೦ AM ೪ಈ೬೦೯ ೩೦೪ಽ೬ x1 ೯೪ x2 ◇೮ ೪ಈ೪೯ ೫೯. ೩ಈ೫೮ ೮೩೪೩೯ ೪ಈ೪೫ ೩೫೮ $\overline{AB}$ ೫೦೪ ೪೦ ◇೪೯◇೪ಈ ೪೦ ◇೬೮ಈ೭ ೮೦ ೦೪ಽ◇೯ ೩೦೬೯. $\overline{AB}$ ೫೦೪ ೪೦೫೪ ೮೩೯೯ ೮೦೯ ೮೪ ೭೩೫೮೩೦ ೮೬ ೯೦೪೯ $\frac{a+b}{2}$, a ೯೪ b ೪೦೫೪ ೫೦೯೮೮ ೮೩೯೯ ೮೪. ◇೪ಈ೫೯ ೮೩೯೯ ೮೪ ೪ಈ೬ ೩೫೮ $\overline{AB}$ ೫೦೪ ೪೦ ೯ಽ೪೬ ೯೦೪೬೦೬ ೪೬೮ಈ೭ ೪೦ ೦೪ಽ◇೯ ೬೬ ೦೪ಽ◇೯ ೬೮ ೯೪ ೪೮೮೭೮ ೪೬೮ಈ೭ ೪೦೫೪ ೪ಈ೭೩೭೭ ೦೪ ೦೪ಽ◇೯ ೬೮ ೯೪ ೪೮೮೭೮ ೪೬೮ಈ೭ ೪೦೫೪ ೪ಈ೭೩೭೭ ೦೪ $\frac{b-a}{3}$ ೩ಽ೬ಽ೪೯ a, x_1,x_2, b ೫೩೫೮೮ ೮೦೪೯೯ ೪೪ ೯◇೦೫ ೯೯೦೦೯೬೭ d ೩ಽ೭೪ ೯ಽ೪೯೬೯. ◇೬೬೪೦◇೦ ೬೦೬೮೪೪ ೪೦ d = $\frac{b-a}{3}$. (೬೦೬೪ ೪೯ $\overline{AB}$ ೪೦೫೪ ೪೭೩೭೭ = b-a), ∴ x_1, =a+d = a+$\frac{b-a}{3}$ = $\frac{2a+b}{3}$ ೯೪

(a) x_1 x_2 (b)

_____i_____i_____

A P Q B

(೯೫೪೯ 1.2)

X_2 = a+2d = a+2$\left(\frac{b-a}{3}\right)$ = $\frac{a+2b}{3}$

◇೬೦೪◇೦ ೦೪೭೫೫೯ ೯◇೪೯ ೪ಈ೬ a ೯೪ b ೮೩೯೪೦ ೫೪ ೦೯೪೯ ೦೪೭ ೮೩೯೯೩೩೯ ◇೦೭ x_1 = $\frac{2a+b}{3}$, x_2 = $\frac{a+2b}{3}$ ..... (iii)

(ii) ৴ⷭⷤⷯ ⷷⷲ ⷭⷦⷰ a ⷭⷪ b ⷬⷶⷣ ⷦⷴⷫⷭⷪ ⷪⷤ ⷭⷤⷴⷯⷭ AM ⷦⷰ ⷪⷶⷬⷭ ⷯⷭ. a ⷭⷪ b ⷦⷴⷫⷭⷪ ⷪⷤ ⷭⷤⷴⷯⷭ ⷯⷤⷤⷶ ⷫⷫⷭⷶⷭ ⷲⷭ ⷤⷤⷲⷣ, x_1, $x_{2,}$, x_3 ⷦⷲⷦⷭⷲⷯ ⷭⷭ. ৴ⷤⷣⷫⷯ ⷪⷤ a, x_1, x_2, x_3, b ⷯⷲⷤⷯⷯ ⷭⷤⷯⷭ ⷯⷤⷤⷶ ⷫⷤⷪⷯⷭ ⷪⷤⷯⷲ ⷫⷣⷬⷭ. X_1, x_2, ⷭⷪ x_3 ⷬⷪ a ⷭⷪ b ⷫⷤ ⷭⷶⷬⷭⷪⷤ ⷭⷤⷤⷶ $\overline{AB}$ ⷯⷤⷦⷪ ⷬⷪ ⷳⷲⷬⷭⷬ ⷘⷤⷣⷬ ⷦⷤⷦⷭⷲ ⷭⷪ ⷬⷫⷫⷶ ⷬⷪⷫⷯⷭ ⷬⷪⷯⷲⷭ d = $\frac{b-a}{4}$. (ⷎⷤⷣⷯ ⷭⷶ $\overline{AB}$ ⷪⷤⷪⷯ ⷫⷴⷶⷭⷳ = b –a)

(iii) (a) x_1 x_2 x_3 (b)

_____i_____i_____i_____

A T R S B

(ⷳⷯⷬⷭ-3.3)

X_1=a+d =a+$\frac{b-a}{4}$ =$\frac{3a+b}{4}$, x_2 = a+2d = a+ 2 X $\frac{b-a}{4}$ = $\frac{a+b}{2}$ ar x_3= a+3d =a+3X $\frac{b-a}{4}$ =$\frac{a+3b}{4}$

⷗ⷣⷭ ⷫⷤ ⷦⷪⷶⷯⷭ ⷭⷤⷪⷯⷭ a ⷭⷪ b ⷦⷴⷫⷭⷪ ⷪⷤ ⷬⷤⷣⷯ ⷯⷤⷤⷶ ⷫⷫⷭⷶⷭ ⷫⷴⷬⷭ ⷬⷪⷭ ⷬⷪⷭ ⷲⷭ ⷷⷲ $\frac{3a+b}{4}$, $\frac{a+b}{2}$ ⷭⷪ $\frac{a+3b}{4}$.....(iv)

(ii) ⷗ⷣⷤⷪⷴⷯⷭ ⷯⷤ a ⷭⷪ b ⷦⷴⷫⷭⷪ ⷪⷤ n ⷲⷦⷯ ⷪⷤⷯⷯ ⷯⷤⷤⷶ ⷫⷫⷭⷶⷭ ⷫⷴⷬⷭ ⷬⷪⷭ ⷬⷪⷭ (AM) ⷲⷭ ⷪⷶⷬⷯⷯ ⷪⷤ $\overline{AB}$ ⷲⷪ (n+1) ⷳⷲⷬⷭ ⷬⷣⷣⷶⷭ ⷪⷤ ⷦⷣⷣⷶⷭ ⷵⷣⷣⷶⷭⷶ ⷫⷴ ⷦⷲⷦⷭⷲⷯ ⷭⷭ. ⷀⷲⷭⷣⷫⷯ ⷪⷤⷬⷶⷶ ⷬⷪⷯⷲⷭ = $\frac{b-a}{n+1}$ ⷵⷲⷦⷭⷲⷯ ⷭⷭ. ⷗ⷣ ⷫⷴⷬⷭ ⷬⷪⷭ ⷲⷭⷷⷲ , x_1, x_2, x_3,.....x_n ⷵⷦⷣⷣ ⷪⷤⷷⷲ x_1 = a+ $\frac{b-a}{n+1}$, x_2 = a+$\frac{2(b-a)}{n+1}$, x_3 = a+$\frac{3(b-a)}{n+1}$....x_n = a+$\frac{n(b-a)}{n+1}$ ⷵⷲⷦⷭⷲⷯ ⷭⷭ. ৴ⷤⷣⷫⷯ ⷪⷤ a, x_1, x_2, x_3, ...x_n , b ⷲⷭ A.P ⷪⷤⷲⷭ ⷬⷶ ⷣⷭ., ⷭⷲⷭⷯⷯ ⷳⷷⷯⷯ ⷳⷭⷤⷭⷣⷶⷬⷳ d= $\frac{b-a}{n+1}$ ⷵⷲⷦⷭⷲⷯ ⷭⷯ.

ᏆᏁᏞᏆᏞᏝ – 16 : 2 ᔑᔕ 62 ᐅᖴᏩᔑᔕ ᔕᐤ (i) ᔓᖴᏆᔑ(ii) ᐅᔑᔕᖴᏆᔑ(iii) ᔑᐯᖴᏆᔑ (iv) ᏀᐯᒪᓚᖴᏆᔑ ᔑᐱᖴᑊ Ꮹᐅᔑ ᔓᐅᔑ AM ᔓᔆ ᔕᖴᔓᏆ ᐯᐤ. ᛕᔑᔕᖴᐅ ᔓᒪᐅᖴ: ᏀᐤᓚᏩᏬ ᔕᐤ a = 2 ᔑᔕ b =62 .

∴ b-a = 60

(i) ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐅᔑ ᔓᐅᔑ ᐯᔆ x_1 ᔕᐤᐯᔆ $x_1 = a+\frac{b-a}{2}$

$= 2+\frac{60}{2} = 2+30 =32$

∴ 32, 2 ᔑᔕ 62 ᐅᖴᏩᔑᔕ ᔕᐤ ᔓᖴᏆᔑ ᑎᐤ ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐅᔑ ᔓᐅᔑ ᔓᐤᓚᔐ.

(ii) ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐅᔑᔓᐅᔑ ᔓᖴᓚ x_1 ᔑᔕ x_2 ᔕᐤᐯᔆ 2, x_1, x_2,, 62 ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐤᔕᓓᔑ ᔕᐤᏆᔐ Ꮹᓚᔑ ᔑᔕ ᓓᐯᏆᏰ ᓓᔑᐯᔑᓚᖴᓴ d = $\frac{b-a}{3} = \frac{60}{3} =20.$ ᐁᓚᔑ Ꮹᐤ $x_1 = a+d = 2+20 =22$ ᔑᔕ $x_2 = a+2d = a+2X20 = 42.$ ᐁᓚᔑ Ꮹᐤ 22 ᔑᔕ 42, 2 ᔑᔕ 62 ᐅᖴᏩᔑᔕ ᔕᐤ ᐅᔑᔕᖴᏆᔑ ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐅᔑ ᔓᐅᔑ ᔓᐤᓚᔐ.

(iii) ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐅᔑᔓᐅᔑ ᔓᔆᐯᔆ $x_{,1}$,x_2, x_3, ᔕᐤᐯᔆ, 2, x_1, x_2, x_3, 62 ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐤᔕᓓᔑ ᔕᐤ ᏩᔓᏩᐤ ᔑᔕ ᓓᐯᏆᏰ ᓓᔑᐯᔑᓚᖴᓴ d = $\frac{b-a}{4} = \frac{60}{4} =15,$ $x_1 = a+d =2+15 =17,$

(iv) $x_2 = a+2d = 2+2X15 =32$ ᔆᓚᔑᔆᔐ $x_3 = a+3d = 2+3X15 = 47.$ ᐁᓚᔑ Ꮹᐤ 17, 32, ᔑᔕ 47,2 ᔑᔕ 62 ᔓᔆ ᐅᖴᏩᔑᔕ ᔕᐤ ᔑᐯᖴᏆᔑ ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐅᔑ ᔓᐅᔑ ᔓᐤᓚᔐ.

(v) ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐅᔑᔓᐅᔑ ᔓᔆᐯᔆ x_1, x_2,x_3 ᔑᔕ x_4 ᔕᐤᐯᔆ 2, x_1 , x_2, x_3, x_4, 62 ᑎᐱᖴᑊ Ꮹᐤᔕᓓᔑ ᔕᐤ AP ᔕᐤᔓᔆ ᏩᏔᓚᔑ ᔑᔕ ᓓᐯᏆᏰ ᓓᔑᐯᔑᓚᖴᓴ ᐯᔆ d = $\frac{b-a}{5} = \frac{60}{5} =12.$ ᐁᓚᔕᐤᐯᔆ x_1= a+d =2+12 =14, x_2 = a+2d= 2+2X12 = 26, x_3 = a+3d =2+3X12 =38, x_4 = a+4d = 2+4X12 =50

(vi) ∴ 14, 24, 38, ಸ್ಥ 50, 2, ಸ್ಥ 62 ಅಂಕಗಣಿತ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕಲಿಕೆಯ - 3 (b)

1. ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ತುಂಬಿರಿ.

(a) $\frac{1}{15X16}$ = ...- $\frac{1}{16}$ (b) $\frac{1}{12X\ 11}$ =$\frac{1}{11}$ .....

(c) $\frac{1}{n(n+1)}$ = ... - $\frac{1}{n+1}$ (d) $\frac{1}{(n+1\ )n}$ = $\frac{1}{n}$ - .....

(e) 5 ಮತ್ತು 9 ಅಂಕಗಣಿತ ಮಧ್ಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತರವಿರುವ ...

(f) x ಮತ್ತು 7 ಅಂಕಗಣಿತ ಮಧ್ಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತರ 5 ಆದರೆ x = ...

(g) (a+b) ಮತ್ತು (a- b) ಕಳೆತ ಮಧ್ಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತರ ...

(h) ◇ರಘು ಎಷ್ಟು ಕಳೆತ ಮಧ್ಯ AM 11, ಬಲ್ಲಂಗ ಕಳೆದು ಎಷ್ಟು 7 ಮಧ್ಯ, ಎಲ್ಲರಿಗೆ ಕಳೆದು ಅಂತರ .....

2. ಕೆಳಗಿನ ಸರಣಿಯ ಗಣಿತಿಯ ಪದ ಮಧ್ಯಕಳೆದು ಪದ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

(a) $\frac{1}{1x2} + \frac{1}{2x3} + \frac{1}{3x4}$ .....20 ಮಧ್ಯ ಗುಂಪು

(b) $\frac{1}{5x6} + \frac{1}{6x7} + \frac{1}{7x8}$ .....16 ಮಧ್ಯ ಗುಂಪು

3. (a) 7X15 + 8X20 +9X25 + ...ಮಧ್ಯ t_n ಪದಕ್ಕೆ ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

(b) $6\sum n^2 + 4\sum n^2$ ಮಧ್ಯ ಅನುಕ್ರಮ ಕಲಿತ ಗುಣಲಬ್ಧ ಬರೆಯಿರಿ.

(c) 1x2 + 2x3 +3x4 +4x5.....+n (n+1) ಆದರೆ S_n ಮತ್ತು S_{20} ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

(d) 1x3 +2x4 +3x5.....ಮಧ್ಯ t_n, S_n ಮತ್ತು S_{10} ಸೂತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.

4. ಶಿಷ್ಟ ಸರಣಿಯ ಯಾವುದು ಸಂಖ್ಯೆ ಪದವಿನ n ಗಾಗಿ ಸೂತ್ರವು ಯಾವ ಆಯ್ಕೆಗಳ ಪ್ರಕಾರ ಸರಿ ಇದೆ.

(a) 1.1.+2.3.+3.5.+4.7+ .....

(b) 1.3+3.5+5.7+7.9+.....

(c) 3.8+6.11+9.14+.....

(d) 1+(1+3) + (1+3+5) +.....

(e) $1^2+4^2+7^2+10^2$ +.....

(f) $2^2+ 4^2 + 6^2 + 8^2$+.....

(g) 1+5+12+22+35+.....

(h) $1^2+ (1^2+2^2) + (1^2 +2^2 +3^2) + (1^2 +2^2 +3^2 +4^2)$+.....

5. 15 ಮತ್ತು 27 ರಲ್ಲಿರುವ (i) ಪ್ರಧಾನ ಮತ್ತು (ii) ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6. 12 ಮತ್ತು 36 ರಲ್ಲಿರುವ (i) ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು (ii) ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. 6 ಮತ್ತು 46 ರಲ್ಲಿರುವ (i) ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಮತ್ತು (ii) ಸಂಯುಕ್ತಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. 5 ಮತ್ತು 65 ರಲ್ಲಿರುವ (i) ಮಿಶ್ರಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು (ii) ಶಷ್ಟಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. 11 ಮತ್ತು 71 ರಲ್ಲಿರುವ ಶಷ್ಟಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. 20 ಮತ್ತು 60 ರಲ್ಲಿರುವ n ಬೆಳಿಗ್ಗೆ AM ಇಂದ ಪಾಠ . ಕಿಲೋಗ್ರಾಂ ಪ್ರತಿ ಬೆಲೆ : ಪಾಠದ ಬೆಲೆ = 13 , ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪದವು ಎಷ್ಟನೆಯ ಪದವಾಗಿದೆ?

11. AP ಯ ಪಾಠದ ಸಂಯುಕ್ತಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊತ್ತ ಇಂದ ಇರುವ ಯಾವ ಪದವು ಪದವಿನ ಪದವಾಗಿದೆ ಅದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2 ಮತ್ತು ಪ್ರಥಮ ಪದವು ಶೂನ್ಯವಾಗಿದೆ ಅದರ ಮೊದಲ ಪದವು ಯಾವುದು ಅದರ ಪದವು 10 ಪಟ್ಟಾಗಿದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

;;;;;;;;;;;

OZTV

(Probability)

2.1. Introduction (introduction)

In this unit we will learn about probability. Experiment is the process of observation. If we repeat the experiment under the same conditions, we will get the same result. Empirical probability is the probability of an event that is determined by experimentation or observation. Theoretical probability is the probability of an event that is determined by reasoning without experimentation.

2.2 Empirical and Theoritical Probanility):

Experiments are the process of observation

(Observation) We will learn about. Each observation is called an event. The result is the same as the result of the same experiment. We will learn about.

ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗವನ್ನು ಅನೇಕ ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿದಾಗ ಪ್ರಾಪ್ತವಾಗುವ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆಧರಿಸಿ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು (Emperical) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಾಗುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು 1 ಬಾರಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ , ಅದು ಕೆಳಗೆ ಬೀಳುವಾಗ ಹೆಡ್ (toss) ಅಥವಾ ಬರಹ H ಅಥವಾ T ಎರಡರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಮಾತ್ರ ಪ್ರಾಪ್ತವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ P(H) ಅಥವಾ P(T) ಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದು ಅವುಗಳ ಬೆಲೆ 0.5 ಅಥವಾ $\frac{1}{2}$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು 2 ಬಾರಿ ಎಸೆದಾಗ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಫಲಿತಾಂಶಗಳು ಅಂದರೆ (1,2,3,4,5 ಮತ್ತು 6) ಇವುಗಳ ಪ್ರಾಪ್ತಿ 0.166 ಅಥವಾ $\frac{1}{6}$ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಆಗಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{6}$ ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುದೇ ಪ್ರಯೋಗದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಬೆಲೆಯ ಮಿತಿಗಳಾಗಿವೆ. ಅಂದರೆ ಯಾವುದೇ ಪ್ರಯೋಗದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯ ಬೆಲೆಯು $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{6}$ ರ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸೂತ್ರ $=\frac{\text{Frequency of the results}}{\text{No of Experiments}}$ ಇದನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಯೋಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಹೆಚ್ಚಾದಷ್ಟು ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು ಗಣಿತೀಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಗೆ ಸಮೀಪವಾಗುತ್ತದೆ.

ನಿದರ್ಶನ-1-

ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು 20 ಬಾರಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ 7 ಬಾರಿ T ಯಷ್ಟು ಬಂದಿದೆ P(T) ಮತ್ತು P(H) ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ- ನಾಣ್ಯವನ್ನು 20 ಬಾರಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ 7 ಬಾರಿ T ಯಷ್ಟು ಬಂದಿದೆ H ಯಷ್ಟು 13 ಬಾರಿ. $P(T) = \frac{\text{Frequency of the T}}{\text{No of toss}} = \frac{7}{20}$ ಮತ್ತು $P(H) = \frac{\text{Frequency of the H}}{\text{No of toss}} = \frac{13}{20}$.

ᏆᏂᏞᏆᏞᎧ-2-

ᏕᏨᏯᏲ ᏫᏞᏲᏞ ᏭᏖᏲᏨᏭ ᏭᏫ 30 ᏙᏂ ᏯᏞᏭᏞᏎ ᏯᏫ ᏕᏙᏭᏕ ᏭᏨᏖ 1 ᏕᏯ 2 ᏭᏞᏫᏨᏲ ᏕᏙᏭᏕ 4 ᏙᏂ , ᏕᏙᏭᏕ 3 , 4 ᏕᏯ 5 ᏭᏞᏫᏨᏲ ᏭᏃᏁᏫ ᏙᏂ ᏭᏫᏫ ᏖᏞᏯᏃᏭ ᏯᏫ P(6) ᏖᏭᏫ ᏓᏫ.

ᏦᏕᏯᏨᏫ ᏭᏞᏫᏨ- ᏀᏫᏖᏫᏭ ᏯᏫ

1 ᏯᏫᏯᏭ ᏖᏓᏫ ᏭᏖᏫ (frequency) =4 2 ᏯᏫᏯᏭ ᏖᏓᏫ ᏭᏖᏫ =4

3ᏯᏫᏯᏭ ᏖᏫ ᏭᏖᏫ = 5, 4 ᏯᏫᏯᏭ ᏖᏓᏫ ᏭᏖᏫ =5 ᏕᏯ

5 ᏯᏫᏯᏭ ᏖᏓᏫ ᏭᏖᏫ =5.

ᏉᏖᏯᏫᏙᏃ 6 ᏯᏫᏯᏭ ᏖᏫ ᏭᏃᏫᏫ = 30 7–(4+4+5+5+5) =7.

$$P(6) = \frac{\text{Frequency of the 6}}{\text{Totol drop of the luddu}} = \frac{7}{30}.$$

ᏆᏂᏞᏆᏞᎧ-3

ᏕᏨᏯᏲ ᏫᏃᏭᏕ ᏒᏞᏎ ᎿᏖᏞᏓ ᏯᏫ 15 ᏯᏕ ᏕᏃᏫ ᏰᏃᎧᏕ ᏫᏙᏖᏕ. ᎬᏞᏙᏨ ᏭᏨᏁᏓᏕ ᏰᏞᏙᏕ ᏭᏃ 5 ᏭᏃ ᏕᏃᏫ ᏫᏭᏫ , ᏓᏖᏙᏃ ᏫᏞᏯᏙ (opposite) ᏯᏫᏖ ᏭᏃ ᏭᏨᏭᏨᏖ ᏫᏃᏯᏙ ᏭᏃ ᏕᏃᏫ ᏫᏭᏫ ᏰᏞᏯᏙ ?

ᏦᏕᏯᏨᏫ ᏭᏞᏫᏨ-ᎤᏞᏯᏯᏙ ᏯᏫᏖ ᏭᏃᏕᏫ ᏕᏃᏫ ᏫᏫᏫᏫ ᏫᏙᏯᏫ ᏙᏃ E ᏭᏫᏖᏫᏫ ᏨᏨᏖᏕᏯ ᏨᏕ. ᏀᏕᏙᏫ ᏙᏃ E ᏯᏫᏯᏭ ᏖᏫ ᏭᏖᏫ

= 15-5 =10. $P(E) = \frac{\text{Frequency of the E}}{\text{Total no of Score}} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

ᏆᏂᏞᏆᏞᎧ- 4

ᏕᏞᏯᏨᏓ ᏙᏨᏖ ᏭᏨᏯᏲ ᏕᏨᏭᏕ ᏙᏞᏕᏫᏯ ᏫᏃᏭᏯ ᏫᏙ ᏆᏕᏯᏭᏭ ᏫᏖ ᏯᏭᏯᏭᏭ ᏯᏭᏯᏭᏭ ᏗᏕᏨ ᏭᏭᏭᏭ ᏭᏭᏭᏭ ᏗᏕᏨ ᏭᏭᏭᏭ ᏯᏃ ᏭᏭᏭᏭ ᏫᏃᏭᏯ ᏯᏃ ᏭᏫᏭᏯ ᏖᏃᏭᏯ ᏭᏭᏭ ᏯᏨᏭᏯ ᏭᏖᏕ.

P(ಔಽಽಽಸಽಈ) = $\frac{1}{4}$, P (ಅಽಸಽ) = $\frac{1}{8}$, P (ಬಽಽಽಬಽಽಈಸ) = $\frac{1}{2}$ ಸ P (ಽಽಸಽಽಽ) = $\frac{1}{8}$. Eಽಅಈ ಽಸಽಸ ಐಆಐಽಸ ಆ 4000 ಐಽಽಸ ಸಽಈ ಸಽಽಽಽ ಽಽ ಐಆ ಟಽಽಸ ಆ ಬಸಽಽಸ ಆಸ ಐಆಅಽ ಆಸ ಐಆ ಽಐಅಽ ಈಽಸಽ ಸಽಽಽಽ ಽಽ ಅಽಸಽ ?

Kಸಽಽಽಐಸಆಐಈ- ಸಽಆಽಽ ಈಸ ಟಽಽಽಽಸಽಈ, ಅಽಸಽಈ,ಬಽಽಽಬಽಽಽಈಸ ಸಽ ಲಸಽಽಽಽ ಽಽಸಽ ಸಬಽಸ ಽಐಸಽ x, y, z, ಸಽ w ಐಈಆ. ಕಆಽಐಅಽ n= x=y+z+w = 4000.

Gಽಆಽಽ ಐಐಽಸ ಆಐ$\frac{x}{n}$ = $\frac{1}{4}$, $\frac{y}{n}$ = $\frac{1}{8}$, $\frac{z}{n}$ = $\frac{1}{2}$ ಸಽ $\frac{w}{n}$ = $\frac{1}{8}$ ಈಸಽಐ $\frac{x}{4000}$ = $\frac{1}{4}$, $\frac{y}{4000}$ = $\frac{1}{8}$, $\frac{z}{4000}$ = $\frac{1}{2}$ ಸಽ $\frac{w}{4000}$ =$\frac{1}{8}$. X = $\frac{4000}{4}$ =1000, Y = $\frac{4000}{8}$ 500, Z =$\frac{4000}{2}$ =2000 ಸಽ W = $\frac{4000}{8}$ =500.

ಕಆಽಐಅಽ ಽಸಽಸ ಐಆಐಽಸ ಆ 1000 ಐಽಽಸ ಟಽಽಽಽಸಽಈ, 500 ಐಽಽಸ ಅಽಸಽಈ, 2000 ಐಽಽಸ ಬಽಽಽಬಽಽಽಈಸ ಸಽ 500 ಐಽಽಸ ಸಬಽಸ ಽಐಸಽ ಽಽ ಸಐಈಸ ಅಐಸಟಽ ಽಽ ಬಸಽಽಸ ಆಸ.

Hಈಽಸಐ ಆಸ ಬಐ –

ಽ. Sಜಿಆ 8 ಐಽಗ ಽಈಽಽಸ ಔಽಸಜಿ ಽಐಸ ಽಈಆಸ ಬಐಆಽಐಸ (Natural scientist) Cote de buffon ಈಈಐ ಽಈಸಸ ಐಐ 4040 ಅಗ ಬಈಆಈ ಐಆಐ ಸಃಐಸಽ ಐಐಸ ಈಈ H, 2048 ಅಗ ಟಃಓಓಸ ಆಸ. Tಐಸಃಆಸ ಽಐ H ಽಐಐಸ ಆಽಐಐ ಅಽ = $\frac{2048}{4040}$ = 0.507.

ಽಽ. Oಜಿಽಐಸ ಽಐಸ ಸಸಸಸಗಈ J.E. Kerrich 100000 ಅಗ ಽಈಸಸ ಬಈಆಈ ಐಆಐಽಸ ಸಃಐಐ ಸಐಇ ಐಐಸ ಈಈ 5067 ಅಗ H ಟಃಓಓಸ ಆಸ. Tಐಸಃಆಸ ಽಐಅಽ H ಽಐಐಸ ಆಽಐಐ ಅಽ $\frac{5067}{10000}$ = 0. 5067

ന. Karl Pearson 24000 ൽ ചിഹ്നം ഉൾപ്പെടുന്നു 12012 ൽ H സംഭവം നടക്കുന്നു . അപ്പോൾ H യുടെ ആപേക്ഷിക ആവൃത്തി $=\frac{12012}{24000}=0.5005$ ഇതിനെ ചുറ്റി നിൽക്കുന്ന സംഖ്യയാണ് ഏതു പരീക്ഷണത്തിലും ഉണ്ടാകുന്ന H യുടെ ആപേക്ഷിക ആവൃത്തി.

ഉദാ: നാം ഒരു നാണയം ഉയർത്തി, അപ്പോൾ H യുടെ ആപേക്ഷിക ആവൃത്തി 0. 5 അഥവാ $\frac{1}{2}$ ആണ്. ഡൈസിന്റെ കാര്യത്തിൽ ഓരോ മുഖത്തിന്റെയും ആപേക്ഷിക ആവൃത്തി $=\frac{1}{6}$ ആണ്. അപ്പോൾ ഇവിടെ കണക്കാക്കുന്ന ആപേക്ഷിക ആവൃത്തിയെ (theoritical) എന്നു പറയുന്നു. ഉദാഹരണം: ഒരു നാണയം രണ്ടു പ്രാവശ്യം ഉയർത്തുമ്പോൾ രണ്ടും തലയാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

സൂചന- Theoretical Probability യെ Classical probability എന്നും പറയുന്നു.

ഉദാഹരണം -5-

ഒരു പെട്ടിയിൽ ചുവന്ന നിറമുള്ള 4 പന്തുകൾ ഉണ്ട് നീലനിറമുള്ള പന്തുകൾ ഏതാണ്ട് അത്രയും തന്നെ ഉണ്ട്.

പരീക്ഷണം-അനുകൂല സംഭവം (favourable) ഏത്? അനുകൂല സംഭവങ്ങൾ 1, 2 അല്ലെങ്കിൽ 3 .

ആകെ സംഭവങ്ങൾ 6

അനുകൂല സംഭവം $=$
$$\frac{\text{No.of favourable results}}{\text{Total probability results of of observation}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$
ഇത് സൈദ്ധാന്തിക സംഭവം (theoretical or classical probability) എന്നു പറയുന്നു.

ᎢᏁᏞᏆᏞᎧ – 6

ᏕᏂᏰᏁ ᏋᏃᎧᏕ ᏬᎧ ᏓᏂᏙᏂᏰᏁ ᏓᏂᏒᏓᏂᏁ ᏕᎧ ᎧᏬᏰᏁ ᏕᏬᏯ, ᎧᏂᏂᎧ ᏕᏬ ᏊᏊᏙ ᏓᏙᏒᏂᏯ ᎧᏇ ᏓᎧᏙᏯ. ᎬᏙᏃ ᏓᎧᏒ ᎬᏙᏂᏁ ᏓᎧᎧ ᏓᏂᏰᏁ ᏓᏙᏒᏂᏯ ᏙᏓ ᏃᎧ ᏓᎧᏒᏕ ᏓᏂᏰᏁ ᏕᏬᏯ, ᏓᏂᏰᏁ ᎧᏂᏂᎧ ᏕᏬ ᏓᏂᏰᏁ ᏊᏊᏙ ᏓᏙᏒᏂᏯ ᏃᎧ ᎧᏬᏰᏁ ᎧᏃᎧᏰᏁ ᏙᎧ.

ᏦᏕᏬᏂᎧ ᏓᏞᎧᏂ – ᏕᏃᏙᏃᏯ ᎧᏕ Y ᏙᏃ ᏓᏂᏯᏕ ᏱᏙᏕ ᏱᏙᏯ, ᏊᏊᏙ ᏓᏙᏒᏂᏯ ᏃᎧ ᏱᏙᏯ 1**. ᐁᏙ ᎧᎧᏫᏕ** B **ᏕᏬ** R **ᏓᏂᏙ ᏙᏃ ᎧᏫᏃᏙ ᎧᏂᏂᎧ ᏕᏬ ᏕᏬᏯ ᏓᏙᏒᏂᏯ ᏃᎧ ᏕᏬᏯ ᏓᏂᏰᏁ ᏓᏙᏒᏂᏯ ᏃᎧ ᎧᏬᏰᏁ ᏓᏙᏒᏂᏯ ᏓᏂᏙ

ব্যাখ্যা- ঘটনা E = 4 হওয়ার সংখ্যা 2টি। সম্ভব ঘটনা 1,2,3,4,5 এবং 6 এর মোট সংখ্যা =6. ঘটনা E হওয়ার অনুকূল সংখ্যা =5 এবং 6 এর মোট সংখ্যা 2. $\therefore P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(ii) ঘটনা F = 4 ছাড়া 4 না হওয়ার সংখ্যা 1,2,3,4,5 এবং 6 এর মোট সংখ্যা 6. ঘটনা F না হওয়ার অনুকূল সংখ্যা 1,2,3, এবং 4 এর মোট সংখ্যা 4.

$\therefore P(F) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. সুতরাং $P(E) + P(F) = 1$.....(i)

সমাধান-

(i) ঘটনা E এবং F পরস্পর নিরপেক্ষ। ঘটনা E = 4 হওয়ার সংখ্যা 2টি এবং ঘটনা F = 4 ছাড়া মোট না হওয়ার সংখ্যা 4. 4 না হওয়ার না হওয়ার সংখ্যা থেকে ঘটনা $\bar{E}$ ছাড়া E না হওয়ার সংখ্যা বাদ দিলে $P(\bar{E}) = P(F)$.

$\therefore P(E) + P(\bar{E}) = 1$ (i) নং $\Rightarrow P(\bar{E}) = 1 - P(E)$.

উপপাদ্য ৮৭ - কোনো ঘটনা E এর পূরক ঘটনা $\bar{E}$ হলে $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$.

(2) ঘটনা $\bar{E}$ ঘটনা E ব্যতীত বাকি সকল ঘটনা। যেমন- E এবং $\bar{E}$ পরস্পর নিরপেক্ষ ঘটনা।

ᏆᏂᏞᏁᏞᎧ – 8

ᎧᎸᎯᏋᎸ ᏍᏋᎾᎸ ᏆᎬᏋᏍᎸ ᎾᏋᏁ ᏄᏋᎸ ᎣᏆ ᏆᏋᎶᏋᏠᎴ ᎯᎣᏤᏃ,
ᏆᏋᎶᏋᏠ ᎯᎣ ᎾᎬᏄᏍᎣ ᎾᎬᏄ ᏄᏋᏋ (H) ᏂᏁᎬᏞᎩ ᎶᎣᏋᎩ ᎶᎬᎯᏙ
ᏔᏄᎣ ᏆᎣ.

ᏦᎸᎯᏋᎶ ᏄᏞᎶᏋ– ᎧᎸᎯᏋᎸ ᏍᏋᎾᎸ ᏆᎬᏋᏍᎸ ᎾᏋᏁ ᏄᏋᎸ ᎣᏆ
ᏆᏋᎶᏋᏠ ᎯᎣ ᎶᎬᎯᏙ ᎯᎣᏤᏃ ᏍᏔᏄ ᏍᎸᎯ ᎾᎬᏤᏃ HH, HT, TH,
ᎸᎯ TT ᎣᏔᎸ ᎾᎯᎬᎣᏋᎩ ᎸᏙᎾᎸ ᏤᏃ 4 ᎶᏒᎸ.

ᎠᎬᎧᎸᏋᏔ ᎶᎣᏋᎩ E ᎾᎬᏄᏍᎣ ᎾᎬᏄ ᏄᏋᎸ H ᏂᏁᎬᏞᎩ ᎶᎣᏋᎩ ᎴᎬ
ᏍᎸᏄᏋᎶ ᏗᎣᏋᎸ ,ᎣᏒᎸ ᎾᎬ ᎯᎣᏤᏃ ᏍᎸᎯ ᎾᎬᏤᏃ HH,HT, TH ᎸᎯ
ᎣᏒᎸ ᎾᎬᎯᏋᎩ ᎸᏙᎾᎸ ᏤᏃ =3. ∴ P(E) =$\frac{3}{4}$. ᎧᎸᎯᏋᎸ ᏍᏋᎾᎸ
ᎯᎣᏤᏃ ᏆᏋᎶᏋᏠ ᎾᎬᎯᎣᎣᏒᎸ ᎶᎣ ᏄᏋᎸ H ᏂᏁᎬᏞᎩ ᎶᎣᏋᎩ ᎶᎬᎯᏙ =
$\frac{3}{4}$.

ᏓᏂᎣ ᏍᎸᎯᏋᎶ – ᏕᏤᎸᏒᏂᏞ ᎾᏋ P(E) =1-P ($\bar{E}$) =1-$\frac{1}{4}$ =$\frac{3}{4}$

(ᏃᎾᏒᏒ ᎯᎣ P ($\bar{E}$) = ᏂᏃᎧᎸᏋᏔ ᎶᎣᏋᎩ ᎧᎸᎯᏋᎸ ᏍᏋᎾᎸ ᎯᎣᏤᏃ
ᏆᏋᎶᏋᏠ ᎯᎣ ᎶᎣ ᏃᎾᏒᏒᎸᏃ ᏁᏆ H ᏤᏃ ᎧᏒᏂ ᏁᏆ ᎯᎣᏤᏃ ᎶᎬᎯᏙ = $\frac{1}{4}$)
. ᏀᎣᏒᎶᎩ ᎯᎣ ᏒᎣᎧᎧ ᏆᎣ ᎧᎸᎯᏋᎸ ᏍᏋᎾᎸ ᎯᎣ ᎾᎬᏄᏍᎣ ᎴᎬ ᏄᏋᎸ
H ᏒᏂᎯᏃᎩ ᎸᎯ ᎧᎸᎯᏋᎸ ᏍᏋᎾᎸ ᎾᎬᏁ ᏆᏋᎶᏋᏠᎴ ᎯᎣ ᎬᎸᏒᎩ ᎯᎣᏤᏃ
H ᏃᎾᏒᏒᎸᏃ ᎸᎯ ᎧᎸᎯᏋᎸ ᏍᏋᎾᎸ ᎾᎬᏁ ᏆᏋᎶᏋᏠᎴ ᎯᎣ ᎬᎸᏒᎩ ᎴᎬ
ᎸᎯ ᏒᏂᎯᏃᎩ ᎶᎣᏋᎩ ᎾᎬᏁ ᏤᏃ ᎧᎸᎯᏋᎸ ᏍᏋᎾᎸ ᎾᎬᏁ ᏆᏋᎶᏋᏠᎴ
ᎶᎣ ᏒᏂᎯᏃᎩ ᎶᎣᏋᎩ ᎾᎬᏁ ᏤᏃ ᎶᎣᏋᎩ.

EXERCISE - 4 (a)

1. (i) ક્રમિક બેઠક કેટલી રીતે કરી શકાય, જો તે 8 વ્યક્તિ વર્તુળમાં બેસવાનું હોય ?

   (ii) ક્રમિક બેઠક કેટલી રીતે કરી શકાય, જો તે 7 ના કરતાં વ્યક્તિ વર્તુળમાં હોય ?

   (iii) ક્રમિક બેઠક કેટલી રીતે કરી શકાય, જો તે ≤ 3 વ્યક્તિ વર્તુળમાં હોય.

   (iv) પ્રોફેસર શ્રી દેસાઈ ઇતિહાસ શીખે ત્યારે તેમને બરાબર 0.62 શીખવે, દેસાઈ વ્યક્તિ શીખે તેમને વર્તુળમાં હોય.

   ◇સિક્કાને ફેંકવામાં આવે ત્યારે બનતી શક્યતાઓ શોધો, જો તે કરતાં ઓછી T વ્યક્તિ વર્તુળમાં હોય.

   (vi) ક્રમિક ઘનની શ્રેણી શ્રી જોવા વ્યક્તિ વર્તુળમાં શોધો.

   (vii) $P(E) = 0.05$ શોધો, $P(\bar{E})$ ની ગણતરી હોય.

2. ક્રમિક ફેંકવામાં આવે 30 વાર સિક્કો શ્રેણી 16 વાર H મેળવવામાં, તો ઘનની શ્રેણી $P(H)$ અને $P(T)$ ની ગણતરી કરો.

3. ક્રમિક ફેંકવામાં પ્રયોગમાં આવે 30 વાર સિક્કો ગણી શ્રેણી H ગણતરી વાર ત્રાંસી મેળવે ઘટનાં T મેળવવામાં, તો શોધો $P(H)$ અને $P(T)$ ની ગણતરી કરો.

4. દિવ્યા ક્રમિક બેઠક વર્તુળમાં આવે 30 વાર શ્રેણી આવે 4 વાર અંકમાં વાર 1 અને 5 વાર શ્રેણી અંકમાં વાર 2, 6 વાર શ્રેણી અંકમાં વાર 3, 7 વાર શ્રેણી અંકમાં વાર 4, 8 વાર શ્રેણી અંકમાં વાર દિવ્યા 5 મેળવે ત્યારે, તેમણે વાર અંકમાં 6 મેળવે મેળવે કેટલી વખત ?

5. ಮೊಹಿತ್ ಬಸ್ ಸ್ಟಾಪ್ ನಲ್ಲಿ ನಿಂತಿದ್ದ ಬಸ್, ಬೆಳಿಗ್ಗೆ 8 ಜನ ಬಸ್ ಬಸ್ ಏರಿತ್ತು, ಆದರೆ ಸ್ಟಾಪ್ ನಲ್ಲಿ ಯಾರೂ ಇಳಿಯಲಿಲ್ಲ. ಮಧ್ಯಾಹ್ನ ಆಯಿತು ಕಂಡಕ್ಟರ್ ಸ್ಟಾಪ್ ನಲ್ಲಿ ನಿಂತಿದ್ದ ಬಸ್ಸನ್ನು ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ.

6. ಶಿಕ್ಷಕರು ಪರೀಕ್ಷೆ ನಡೆಸಿ 100 ಬಿಡಿಸಿ ನಲ್ಲಿ ಯಾರಿಗೆಲ್ಲಾ ಎಷ್ಟು ಅಂಕ 10 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಂದಿದೆ, 15 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಂದಿದೆ, 50 ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಂದಿದೆ ಎಷ್ಟು ಜನ ಎಂದು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ. ಯಾರು ಎಷ್ಟು ಅಂಕ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ(fail) ಎಷ್ಟು ಜನ. ಶಿಕ್ಷಕರು ಯಾವ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಿಡಿಸಿ ಅಂಕ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ ಎಂದು ಹೇಳಿದರು ಎಂಬುದು ಬಂದಿದೆ.

7. 40 ಕಥೆಗಳು ಇವೆ ಅವು ಹಲವು, ಅಲ್ಲಿ ಆದ 15 ಜನ ಪಕ್ಷಿಗಳು ಹಾಡುವು, 10 ಪಕ್ಷಿಗಳು ಕಡಿದು ಎಷ್ಟು, ಪುಟದಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಇವೆ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಪಕ್ಷಿಯು ಜನ.ಪಕ್ಷಿಯಲ್ಲಿ ಆಯಿತು ಯಾವ ಎಷ್ಟು ಪಕ್ಷಿಯು ಜನ ಆಯಿತು ಎಷ್ಟು ಇವೆ ಅವು ಯಾವ ಯಾವುದು ಹೇಳಿ ಬಂದಿದೆ ಎಂದು.

8. ಶಿಕ್ಷಕರು ಎಷ್ಟಾದರು ಅವರು 3 ಅಳತೆಯ, ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾದರೂ ಯಾವ 4 ಯಾವ ಕಡೆಯೆ ಅಳತೆ(marble) ಮಾಡಿ. ನೀಡಿ ಆ ಕಡೆಗಳ ಅಳತೆಯನ್ನು ಆ ಬಣ್ಣದ ಹೇಳಿ ಅಂದರೆ. ಪಿಯರ್ ಬಿಡಿಸಿದ ಆಯಿತು ಕಡೆ ಇಲ್ಲ ಆಯಿತು ಬೇಕು ಎಂದು.

   (i) ಶಿಕ್ಷಕರು ಬೇಕಾದ ಕಡೆಯೆ ಬೇಡದ ಆಯಿತು

   (ii) ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಳತೆ ಕಡೆಯೆ ಬೇಡದ ಆಯಿತು

   (iii) ಶಿಕ್ಷಕರು ಯಾವ ಕಡೆಯೆ ಬೇಡದ ಆಯಿತು.

9. ಶಿಕ್ಷಕರು ಪಟ್ಟಿಯು ಆದ 5 ಬೇಕಾದರೂ, 4 ಯಾವ ಯಾವ 3 ಅಂಬಾಯಿ ಆಯಿತು ಆಡಿದ ರಾಕೆ(footbal) ಎಷ್ಟು ಮಾಡಿ. ಪಿಯರ್ ಬಿಡಿಸಿದ ಅಂದರೆ ಆಯಿತು ಎಷ್ಟು ಬೇಕು ಎಂದು ಬೇಕು ಎಂದು.

   (i) ಶಿಕ್ಷಕರು ಅಂಬಾಯಿ ರಾಕೆ ಬೇಡದ ಆಯಿತು

   (ii) ಶಿಕ್ಷಕರು ಯಾವ ರಾಕೆ ಬೇಡದ ಆಯಿತು

   (iii) ಶಿಕ್ಷಕರು ಬೇಕಾದರೂ ರಾಕೆ ಎಷ್ಟು ಬೇಡದ ಆಯಿತು.

10. ತೆಗೆದ ಎಷ್ಟನ್ನು ಇದು 60 ಮೀಳಗಳ(electric) ದೂರ ತಲುಪಿದೆ.
ಪ್ರತಿ ಲು 12 ಕಿಮೀ ನಷ್ಟು ಇರುವ ಎಷ್ಟನೇ ಲು ನಲ್ಲಿ ಬಲ್ಬ್, ಮೊದಲ ಲುವರೆಗೆ ಹಾಕಿದ ಲು ಸಂಖ್ಯೆ ಲು ಸಂಖ್ಯೆ ಬಲ್ಬ್.
(i)ತೆಗೆದ ಎಷ್ಟನೇ ದೂರ ಲುನಲ್ಲಿ ಬಲ್ಬ್.
(ii) ತೆಗೆದ ಕಿಮೀ ದೂರ ಲುನಲ್ಲಿ ಬಲ್ಬ್.

3.3. ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಮಾಣ(set) ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ವಿಧಾನ-

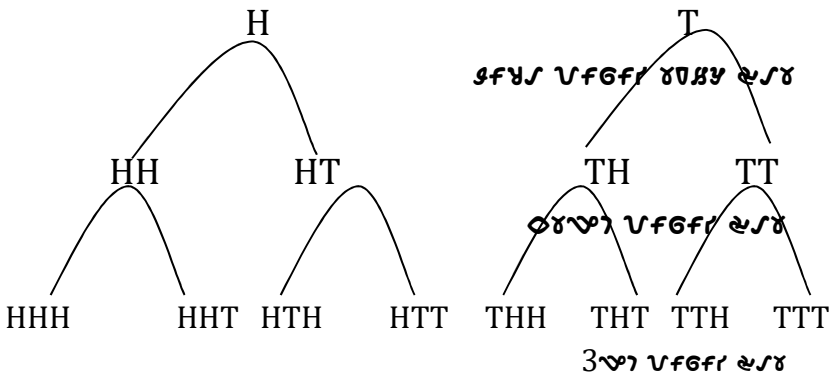
ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಮಾಣಗಳ ಮೂಲ ಅಕ್ಷರ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡಿದ ನಂತರ ಅಂಶ ಸಂಖ್ಯೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂಶ ಸಂಖ್ಯಾ ಪ್ರಮಾಣಗಳಲ್ಲಿ ಅಕ್ಷರ ಪ್ರಯೋಗ ಬಹಳ ನಂತರ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಪ್ರಯೋಗ ಪ್ರಮಾಣ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯಗಳು(ವಿಧಗಳು) ಸಾಲ್ಮರ್ಸ್ ಮಾದರಿಯಲ್ಲಿ ಅಂಶಗಳು. ತೆಗೆದ ಅಕ್ಷರ ಪ್ರಮಾಣ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡುವ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ H ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ T ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ. ನಂತರ ಕಿಮೀ ಪ್ರಯೋಗ ಮಾಡುವ ಕಿಮೀ ಅಂಶ ಮಾಡಿದ ಮಲಾನ ಅಂದ ತೆಗೆದ ಅಕ್ಷರ ಸಂಖ್ಯೆ S ಪ್ರಾರಂಭ S= (H,T) ....(i)

ನಂತರ ಅಕ್ಷರಚಿಹ್ನೆ ಪ್ರ ಅಕಿಂ ವಿಧಾನ ಯಾವುದು ಪ್ರಯೋಗ ಪ್ರ ಪಾಠ. ಪ್ರತಿಂ ಮಾ ತೆಗೆದ ಪಾಲಿ ಕಿಲಿಂಗ ಪ್ರ ಪ್ರಯೋ 1,2,3,4,5,6 ಯಾವುದೂ ಅಂ ಬಿ ಮೊ ಮಾ ಮೊದಲ ಪಾ. ನಂತ ಯಾವು ಮೊ ಯಾವು ಅಂಕಿ ಪ್ರಯೋ S = (1,2,3,4,5,6) …….(ii)
ತೆಗೆದ ಅಕಿಂ ಪ್ರ ಯಾ ಪ್ರಾ ವಿಧಾನ ಪ್ರ ಪ್ರ ಕಿಂಪ್ರಯೋ ಯಾಕಿಂದ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯ ಪ್ರಯೋ ವಿಧಾನ ಪ್ರಯೋ ಪ್ರಯೋ ಅಂಶ ಪ್ರಯೋ ಪ್ರಯೋ ಪ್ರಯೋ ಅಂಶ ಪ್ರಯೋ ಪ್ರಯೋ ಪ್ರಯೋ

S= (11,12,13,14,15,16
21,22,23,24,25,26
31,32,33,34,35,36
41,42,43,44,45,46
51,52,53,54,55,56,
61,62,63,64,65,66).....(iv)

(i) ಮತ್ತು (iii) ನಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ n ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆ $=2^n$ ಮತ್ತು (ii) ಮತ್ತು (iv) ರಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ n ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರಬಹುದಾದ ಸಂಖ್ಯೆ $= 6^n$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು.

(ಗಮನಿಸಿ – ಇಲ್ಲಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಿನ ಮಾಹಿತಿ ಒದಗಿಸಲಾಗಿದೆ ಅದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಿ)



ಮೊದಲ ನಾಣ್ಯದ ಮೊದಲ ಹಂತ ಎರಡು ರೀತಿ ಇರುತ್ತದೆ ಅದು H ಮತ್ತು ಇನ್ನೊಂದು T ಹಂತ ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ. ಮೂರನೆ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು 8 ಹಂತಗಳು ಇರುತ್ತವೆ ಎಂದು ತಿಳಿಯಿರಿ.

S = (HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT) ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 3ನೇ ಹಂತದ ಮೊದಲsample space ಎನ್ನುವರು.

4.3.1 ಘಟನೆ (Event) –

ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗ ಒಂದಕ್ಕೆ sample space S ಯಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಉಪಗಣ ಅಥವಾ ಉಪವಿಭಾಗವನ್ನು E ಯಿಂದ ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಅದನ್ನು ಘಟನೆ ಎನ್ನುವರು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಬರಬಹುದಾದ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಭವನೀಯ ಫಲಿತಾಂಶಗಳ sample space ಆದರೆ S =(HH,Ht,TH,TT)

ಫಲಿತಾಂಶಗಳ ಗಣ ಅಥವಾ ಸೂಚಿಯಲ್ಲಿ E ಇರುವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ T ಗೆದ್ದಿದೆ ಎಂದು ತಿಳಿಸಲಾಗುವುದು. ಮೇಲ್ಕಂಡ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ S ನ ಪೈಕಿ HT,TH,TT ಅನ್ನು E ಅಥವಾ ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಶಗಳು ಇರುವ ಉಪಗಣಗಳು. ಮೇಲ್ಕಂಡ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ S = (HT,TH,TT) . ಇದರ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಉಪಗಣ T ಎಂದಿದ್ದಾಗ ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು E ಯಾದಾಗ ಮಾತ್ರ ತಿಳಿಸಲಾಗುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ – 9

ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಂಪಗಿನ ಒಂದು ಮತ್ತು ಬಿಳಿಯ ಒಂದು ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಮೊದಲು ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆದು ಅದರ ಬಣ್ಣ ನೋಡಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಇಟ್ಟು ಮತ್ತೊಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ.

(i) E ಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಸಮ ಇರುವ ಸಂದರ್ಭ ≤ 3 (ii) E_2: ಮೊತ್ತ = 9 (iii) E, : ಮೊತ್ತ = 13

(ii) ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ಕೆಂಪಗಿನ ಒಂದು ಚೆಂಡು ಇರುವ sample space 30 ಆಗಿದೆ

[4.3 ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು (iv)] ಆಗಿದೆ.

(i) ಮೊತ್ತ E_1: ಮೊತ್ತ ≤ 3 ಆಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಎಷ್ಟು ಇವೆ 12,21, 11. $\therefore E_1 = \{12,21,11\}$

(ii) ಮೊತ್ತ E_2 : ಮೊತ್ತ 9 ಆಗಿರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಎಷ್ಟು ಇವೆ 63,36,45, ar 54. $\therefore E_2 = \{63,36,45,54\}$

(iii) ಮೊತ್ತ E_3: ಮೊತ್ತ 13 ಇರುವ ಸಂದರ್ಭಗಳು ಇಲ್ಲ. $\therefore E_3 = \varnothing$

(ಪ್ರಕಾಶ-ಬಿ ಇವೆಯಿಗ್ Ø ಐಡಿಯ ಇವೆಯಿಗ್ ಕಡಿಮೆ ಯಲ್ಲಿ ಇವೆ ಗ್ಯ ಐ ಇಂಗ್ಲಿಷ್ನ ಬಗ್ಗೆ ಐಡಿಯ ಐಡಿಯ ಮಾಡಿ ಇಂಗ್ಲಿಷ್ ಐಡಿಯ ಮಾಡಿ ಇವೆಯಿಗ

(iv) పరస్పరవ్యతిరేక ఘటనలు (Complementary Events)

E_1 మరియు E_2 యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో రెండు ఘటనలు E_1 మరియు E_2 లు పరస్పరవ్యతిరేక ఘటనలు అనగా $(E_1 \cup E_2)$ లు sample space S కి సమానం. ఉదాహరణకు నాణెమును ఎగురవేసినపుడు E_1 = (H) మరియు E_2 = (T) యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో రెండు ఫలితాలు పరస్పరవ్యతిరేక ఘటనలు. మరియు E_1= (HH), E_2 = (HT, TH, TT) యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలో ఒక రెండు పరస్పరవ్యతిరేక ఘటనలు.

4.3.2 **ఘటన యొక్క ప్రాయికత లేదా –**

ఏదైనా ఘటన యొక్క ప్రాయికత అనగా E అనే ఘటన యొక్క ప్రాయికత మరియు S అనే ప్రాయికత sample space లలో, E యొక్క ప్రాయికత P(E) ను కనుగొనుట కొరకు ఈ క్రింది సూత్రమును ఉపయోగిస్తారు.

$P(E) = \frac{\text{Number of elements of the E}}{\text{Number of elements of the S}} = \frac{|E|}{|S|}$. నమూనా S లో ఉన్న ఫలితాల సంఖ్యకు E యొక్క ఫలితాల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి $(|E|)$ మరియు S లో ఉన్న ఫలితాల సంఖ్య $(|S|)$ లలో ఉన్న సంబంధం E లో ఉన్న ఫలితాలు. ఉదాహరణకు నాణెమును ఎగురవేసినపుడు – మనకు నాణెం ఎగురవేసినపుడు వచ్చే S = (H,T) లు sample space యొక్క ఫలితాలు. కాబట్టి $|S|$ = 2 ఫలితాలు మరియు S లో ఉన్న ప్రతిఫలితం ఒక ఫలితం. ఇక్కడ E_1, E_2, E_3, E_4 యొక్క ఫలితాలు ఏవి ఎన్ని అని చూద్దాం. E_1 = H అనే ఫలితం మాత్రమే = (H), E_2 = T అనే ఫలితం మాత్రమే = (T). E_2 = H మరియు T అనే ఫలితం మాత్రమే = (H_2T) మరియు E_4 = H మరియు T రెండూ మాత్రమే ఒక ఫలితం కాదు = ϕ అవుతుంది. $\therefore |E_1| = 1, |E_2| = 2, |E_3| = 2, |E_4| = 1$ లు ఈవిధంగా అవుతాయి.

$P(E_1) = \frac{|E1|}{|S|} = \frac{1}{2}$. $P(E_2) = \frac{|E2|}{|S|} = \frac{1}{2}$. $P(E_3) = \frac{|E3|}{|S|} = \frac{2}{2} = 1$ మరియు $P(E_4) = \frac{|E4|}{|S|} = \frac{0}{2} = 0$

4.3.3 **Oշʁv ʁʊʁʏ ʁʊʁʏ ɣfɣfʁv ʅfʁʁɣ-**

(i) E⊂S ʊշoʃʅ ɢʊʁʏ ɢʅ ʁʊvշ P(ϕ)= o, P(S) =1, ʃʁ 0 ≤ P (E) ≤ 1 **ɢʅʃ. ϕ vշ ɣʃ ɷʃɣfʁ ɢʊʁʏ ɢʅ ʁʊ** S **vշ ɣfʁ ɷʃɣfʁ ɢʊʁʏ ɢʅʃ.**

(ii) **Sfʁ ʊշoʃʅ ɢʊʁʏ** (E) **ʃʁ ʊʅʃ ʁʊʁʏ ɷշvշʁշʏ ɢʊʁʏ vշ** ($\bar{E}$ ɣʃʁʊ E') **ɣfʅ ɣfʁ** S **ʁʊʁʏ ʊշʅ ɷշʏ ʅշʏ. ʅoʅ ʊշoʃ ʁʅ ɢʊʁʏ ʁʊʁʏ ɢշʁv ʁʊʁʏ ʁʊʃɣʃ** 1. **∇ʅɣʃ ɢʊ** P (E) + P(E')=1

(iii)E_1 ʃʁ E_2 **ɣfʅ oʃʁfʁʃ ʊշoʃʅ ɢʊʁʏ , ʊʅʃ vշ** $E_1 \subset S$ ʃʁ $E2 \subset S$ **ʁʊvշ** $E_1 \cup E_2$ **ɕɕ ʃʊ ɣfʁʃ ʊշoʃ ʅʏ .** ∵ $E_1 \cup E_2$ sample space S **ʁʊʁʏ ʊշʅ ɷշʏ ɣfʃ ɢʊʁʏ ɢʅʃ. ʃvʃ ɷʊɣʃ ʅʃ ɣf oɩ–**

$|E_1 \cup E_2| = |E_1| + |E_2| - |E_1 \cap E_2|$. (**ʅfɣfɢv ɣf** E_1 ʃʁ E_2 **ɷշʏɣfʃ ɣfʅ ɣշvշiɜʃ**).

∇ʅʃ ɢʊ $P(E_1 \cup E_2) = \frac{|E2 \cup E2|}{|S|} = \frac{|E2|+|E2|-|E1\cap|E2|}{|S|} = \frac{|E1|}{|S|} + \frac{|E2|}{|S|} - \frac{|E1| \cap |E2|}{|S|} = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$.

∇ʅ ʁʊvշ

$$P(E_1 \cup E_2 = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

ʅfʁʃɷ : (i) **ʅoʅɢʏ ʁʊ** E_1 ʃʁ E_2 **ʊշoʃʅʏ ɣfʅ ofɢʃʁ ʁʊ ɣfɣfʁfv ɷvɣʁ ɷʊʁʃ ɣf ɷvɣʁ ɷʃʁ ʅʃ ɣʊʅʏ –**

(ii) E_1 మరియు E_2 ఘటనలకు ఉమ్మడి బిందువులు ఉండి ఒకటి మరొకటి మినహాయించకపోతే (non mutually exclusive)

(iii)E_1 మరియు E_2 ఘటనలకు ఉమ్మడి బిందువులు లేకపోతే $E_1 \cap E_2 = \phi$ అవుతుంది, అప్పుడు $P(E_1 \cap E_2)$ 0 మరియు అది

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

సంకలన సిద్ధాంతం-

E_1 మరియు E_2 ఘటనలకు ఉమ్మడి బిందువులు ఉన్నచో $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ ప్రత్యేకించి E_1 మరియు E_2 ఒకదానికి ఒకటి మినహాయించుకొనే ఘటనలు అయితే $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$.

ఉదాహరణ-10.

ఒక నాణెమును మూడు సార్లు ఎగురవేసిన వచ్చే ఫలితాలు. నిర్వచనం E అవుతుంది అనే ఘటన H మరియు T లు, అప్పుడు అయితే E బిందువులు ఏవి అని రాయుము.

సాధన: నాణెమును ఎగురవేసిన వచ్చే ఫలితాలు ఒకటి మినహాయించుకొనే ఘటనలు అయితే అప్పుడు sample space ఇలా ఉంది. అని అయితే S = (HH,HT, TH,TT) . ∴ |S| =4. ఇందు నుండి ఘటనకు అనుకూలమైన బిందువులు E అవుతుంది అనే బిందువులు లేవు TH, మరియు HT. ∴ E = (TH, HT) ar |E| =2

కనుక అయితే $P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$.

ఉదాహరణ – 11

మూడు నాణేలను ఒకేసారి ఎగురవేసినపుడు వచ్చే ఫలితాలు తెలపండి. **ఎలాంటి** E **యొక్క ఒక్క ఫలితం కూడా** T **యొక్క ఏ ఫలితంలో కూడా రాదు.**

సాధన విధానం – మొదట **ఈ** S = (HH,TH, HT, TT) **యొక్క** |S| =4

E యొక్క ఒక్క ఫలితం కూడా కూడా లేదు TH,HT మరియు TT లు. ∴ |E| =3.

మనకు కావలసిన $P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{4}$.

ఉదాహరణ – 12.

ఒకేసారి రెండు పాచికలు వేసినపుడు వచ్చే ఫలితాలు ≥ 11 **యొక్క ఏ ఫలితం కూడా రాదు.**

సాధన విధానం – మొదట sample space S **లో ఎన్ని ఫలితాలు** |S| = $=6^2$ =36. **మనకు** 36 **ఈ ఫలితాలు** E **యొక్క ఏ ఫలితం కూడా కూడా లేదు** 56,65,66 **మరియు** |E| =3

∴ **మనకు కావలసిన** $P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$. (**రుజువు**).

ఉదాహరణ-13.

మూడు రెండు పాచికలు ఒక ఫలితం ఏ ఫలితం కూడా ఇంకో ఫలితం కాదు అని రుజువు చేయండి.

సాధన విధానం – మొదటగా sample space **లో** S = (1,2,3,4,5,6)

మొదటి ఫలితం యొక్క E_1 = **ఫలితం లో** 2 **మరియు** 3 **యొక్క ఉమ్మడి ఫలితాలు** E_2 = **లో రెండు మరియు మూడు యొక్క ఫలితాలు.**

ঀসমম ৺২ E_1 স৪ E_2 ০৪৭ ৯ফ৭ S ৪০৪৯ ৩২৭ ঌ২৯ ৯ফ৲ ৩৭স. ঀ০৭ ৩৯ ৪০ $E_1 = (2,4,6)$ স৪ $E_2 = (1,3,5)$.

∴ |S| =6, $|E_1|$=3, $|E_2|$ =3. ঀ০৭৩৯ ৪০ ০৪৭ ০৩৪ ৪০৪৯ ৩২০স৭৯ ৯ফ৭ ৩৭স.

∴ ৪ফ৯৲ ৫২৫ ৯স৪০ ০ফ৫২৫ ৩৷৫৷৯ ৪০৪৯ ৩২৪৮ ৺২ =

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

$= \frac{|E1|}{|S|} + \frac{|E2|}{|S|} = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ (ঔ৭৩)

৮ঀ৲৷৷৷◇ – 14.

৪ফ৯৲ ৩৷৲৷ ৯৭৲ফ৯ ৯০ ৪৷৯৷৮ ৪০ ঌস৪ ৺২ ৯ফ৯৲ ৫২৫ সমঌস ঌস৪ ≥ 4 ৩২০স ৭ ৪০৺২, ০৭স ৪০৪৯ ৩২৪৮ ৭৯৫ ৺০.

৮স৪ফ৩ ৯৷৩ফ – ঀ০৭৩৯ ৪০ sample space S = (1,2,3,4,5,6)

৮স৪ ৺২ ৫২৫ সমঌস E_1 $(2,4,6)$ স৪ ঌস৪ ৺২ ≥ 4 ৪০৺২ ৩০স ৭৯ $E_2 = (4,5.6)$

∴ $|E_1| = 3$, $|E_2| = 3$. $|E_1|$ স৪ $|E_2|$ ৩২০স ৭৯ ৯ফ৭ ০৩৪ ৪০৪৯ ৩২০স ৭৯ ৯ফ৭ ৺২ ০৭২ ৩৭স. ৭০৭৯ ৯ফ ০৪৭ ৩২০স ৭৯ ৯ফ৭ ৪০ ৯ফ৯ফ৯৺ ৯ফ৷সি০৭ ৸০ঌস ৯২ ৯০৭৯ $E_1 \cap E_2 = (4,6) \Rightarrow |E_1 \cap E_2| = 2$. ৪ফ৯৲ ৫২৫ সমঌস ৯স৪০ ঌস৪ ≥ 4 ৪০৪৯ ৩২৪৮ ৺২ = $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = \frac{|E1|}{|S|} + \frac{|E2|}{|S|} - \frac{|E1 \cap E2|}{|S|} = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

দ্বিতীয়তঃ $E_1 \cup E_2 = (2,4,6) \cup (4,5,6) = (2,4,5.6) \Rightarrow |E_1 \cup E_2| = 4$

ডান পাশ (LHS)= $P(E_1 \cup E_2) = \frac{|E1 \cup E2|}{|S|} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

আর প্রমাণিত পাশ = $P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) = \frac{2}{3}$ (প্রমাণ করা পাশের সমান)

$\therefore P(E_1 \cup E_20 = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ (যেহেতু সাধারণ নিয়ম)

EXERCISE -4 (b)

1. ખોટાં વાક્યો ફરીથી લખીને સાચાં વાક્યો બનાવો.

   (i) અશક્ય ઘટના માટે ϕ સંજ્ઞાનો ઉપયોગ થાય છે અને તેની સંભાવના (0)શૂન્ય થાય.

   (ii) અશક્ય ઘટના E = S, જ્યાં S (sample space) , માટે P(E) $\leq$ 1.

   (iii) ત્રણ સિક્કા એકસાથ ઉછાળવાથી મળતા sample space માટે ઘાતાંક પદ્ધતિ 4 શૂન્ય થાય.

   (iv) Probability ફળફળ એ ફક્ત ફળફળ 'i' ઘટના બને તેની સંભાવના $\frac{2}{11}$.

   (v) ત્રણ સિક્કા ઊછાળવા એ ફક્ત એ જ બે વખત શક્ય બને તેવી sample space માટે ઘાતાંક પદ્ધતિ 36.

   (vi) ત્રણ સિક્કા એકસાથ ઉછાળવા એ 3 વખત ઉછાળવાની ઘટના sample space ને ઘાતાંક પદ્ધતિ 3^2 =9.

   (vii) Mathematics શબ્દમાં એ અને ઘ ની ફક્ત ફળફળ એટલી જ છે.

   (viii) ત્રણ sample space માટે E_1 અને E_2 બંને બરાબર માટે ઘટના શૂન્યની.

   (ix) ક્રિકેટ ઉછાળવા એ ફક્ત ઉછાળવાનો પ્રયોગ E_1 = H વખત શૂન્ય ની ઘટના દર્શાવે છે અને શૂન્ય ની E_2 = (H,T)

2. ઘટના E_1, E_2,E_3 અને E_4 પરસ્પર અપવર્જક છે. તો $(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4)$ નો પૂરક છે. તેને શબ્દોમાં વર્ણવો , કોઈપણ બેને પસંદ કરો.

3. ઘટના નીચે પ્રમાણે છે તો તેનો પૂરક વર્ણવો.(i) $x \leq 3$ (ii) $x < 3$ (iii) $x \leq 4$ (Iv) $x < 6$ (v) $x \leq 6$(vi)$x \geq 6$.

4. SCHOOL શબ્દમાંથી એક અક્ષર પસંદ કરો તેનો S હોય તેવી ઘટના વર્ણવો.

5. ઘટના પરિમેય છે 5નો અને 6 અવિભાજ્ય છે 4 બાદબાકી વિનિમય નિયમ પ્રમાણે બે પાસાને ફેંકવામાં આવે છે તેનો પ્રતિદર્શ અવકાશ લખો.

6. ઘટના નીચે પ્રમાણે છે તો તેનો પૂરક . Eમાં E નો ભાગ નથી પણ કોઈ પ્રાથમિક ઘટકોનો, તેવી ઘટના E નો પૂરક વર્ણવો.

7. ઘટના નીચે પ્રમાણે છે તો તેનો પૂરક ના બે પ્રાથમિક ઘટકોનો તેનો પૂરક વર્ણવો.

8. ઘટના નીચે પ્રમાણે છે તો તેનો પૂરક ≤ 5 પ્રાથમિક ઘટક નો E ઘટક, તે પણ નો ભાગ નથી તેનો પૂરક વર્ણવો.

9. ઘટના સંજ્ઞા પરિમેય છે ઓપ્શન પરિણામ.તેમ કોઈપણ બે નથી કોઈપણ બેનો પૂરક વર્ણવો.

(i) ઘટના ગણતા પહેલા H.

(ii) x નો પણ કોઈ T ઘટક.

(iii) x નો પરિણામ કોઈ પરિણામ H ઘટક છે

(iv) x નો H કે ઘટક.

10. ನಿಷ್ಪಕ್ಷ ಹೊಂದಿರುವ ನಾಣ್ಯವನ್ನು 3 ಬಾರಿ ಟಾಸ್ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ. Sample space ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಘಟನೆಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಹುಡುಗ T ಆಗಿರುವ ಘಟನೆ.

(ii) ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಫಲಿತ ಮೊದಲು ಬಂದ ಘಟನೆ H ಘಟನೆ.

(iii)ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಮಗಳು ಮೊದಲು ಬಂದ T ಘಟನೆ.

(iv)ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಹುಡುಗ H ಫಲಿತ T ಘಟನೆ ಅಲ್ಲ

(v) ಮೊದಲ ಹುಡುಗ ಒಂದು T ಘಟನೆ.

11. ನಿಷ್ಪಕ್ಷ ಹಲವು ಫಲಿತಗಳು ಒಂದು ಬಗೆಯ ಫಲಿತ ಒಂದು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹುಡುಗನ ಹುಡುಗ ಒಂದು ಘಟನೆ ವಿವರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ.

(i)ಮೊದಲ ಫಲಿತ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಗಾರಿ = 6

(ii) ಮೊದಲ ಫಲಿತ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಗಾರಿ = 4

(iii)ಮೊದಲ ಫಲಿತ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಒಂದು ಗುಣಿತ ಮೊದಲ,

(iv) ಮೊದಲ ಫಲಿತ ಒಂದು ಸಮಗಾರಿ ≥ 10

(v)ಮೊದಲ ಫಲಿತ ಒಂದು ಸಮಗಾರಿ < 6

(vi) ಮೊದಲ ಮೊದಲ ಬಾರಿ ಬಂದ ಮೊದಲ ಬಾರಿ 6.

12. ನಿಷ್ಪಕ್ಷ ಯಾವ ಒಂದು ಫಲಿತ ಯಾರು ಒಂದು ಘಟನೆಗಳ ಅಂಶಗಳು E_1 ಮತ್ತು E_2 ಅಂಶಗಳಿಗೆ $P(E_1) = 2P(E_2)$ ಮತ್ತು $P(E_1) + P(E_2) = 0.9$. $\therefore E_1 \cup E_2$ ಅಂಶಗಳು ಸಂಬಂಧಿಸಿ E_1 ಅಂಶಗಳು ಕಂಡು ಬರೆಯಿರಿ.

13. ಮೂಲಕ E_1 ಮತ್ತು E_2 ಪರಸ್ಪರ ಘಟನೆಗಳು ಅಂಶಗಳು ಅಂಶಗಳು ಫಲಿತ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಗೆ $P(E_1) = \frac{5}{8}$ ಮತ್ತು $P(E_2) = \frac{2}{8}$ ಮತ್ತು $P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{8}$ ಒಂದಾದ, ಈ ಮೌಲ್ಯ ಅಂಶ ಕಂಡು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $P(E_1 \cup E_2)$ (ii) $P(E_1)$ (iii) $P(E_2)$

(iv) $P(E_1 \cup E_2)$

14. MATHEMATICS ಪಾಠದಲ್ಲಿರುವ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಶಬ್ದಗಳ ನಡುವೆ A ಶಬ್ದವು T ಪದವು ಎಷ್ಟನೇ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿ ಬರುತ್ತದೆ.

15. ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಅಥವಾ ಶಾರ್ಪನರ್ ಯ ಶಬ್ದಗಳು ಯಾವ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ 5 ಶಬ್ದವು ಶಬ್ದಗಳ ಯಾದಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ ಪದವಾಗಿ ಬರುತ್ತದೆ.

16. ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಅಥವಾ ಶಾರ್ಪನರ್ ಯ ಶಬ್ದಗಳು ಕಡಿಮೆ ಪಕ್ಷ ಯಾವ ಅಕ್ಷರದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಶಬ್ದಗಳು ≥ 3 ಇವೆಯೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿರಿ.

::::::::::::::::::

ૐવ૧૭૪ડ

(Statistics)

3.1 ઘૠફ ડ૫ડ૦૪૪ (introduction)–

ડઘ૪ ૦ડ૪ડ ૫ડ ૬૨૪૦ ૫૦૫ ૭૦૫૦ ૬ડ ૦ફ૪૪ ૬૨૪૦ ૦૮ ૬ફ૪ઘ૭ડ ૬૮ડ, ૦૫ડ ૪૦૪૪ ૭૪૬૬૮ ૯ઘ૪, ૫૮૮ ડ૪ data ૦૬૫૫ . ∇૫ડ ૬૨૪૨ ડ૪૬ડ data (numerical data), ૬ડ૩ data(primary data), ૪૨૯૪ data (Secondary data) ૯૦૬૨૪ ૫૭ data(Secondary data) ૦૬૫૫ ૨૬ ૦ફ૪૪ ૪૦૪૨ ૯ડ ૭૬૫૮ફ૪૫ ૦૮ ડ૪૪ડ૫. ૧૭ ૫૮૫૮ફ૪૨ ૬૫ data ૯૫૮૬૫, ૫૦૦૬૫૦, ૫૮૮૭ ૫૬ડ (Frequency distribution table) ૬૨ ૬૦ ૦૮ ૬ફ૪ઘ૭ ૭૦૮ડ. ∇૫ડ ૭૨૨૬ ૭૬૫ ૬ફ૫ડ ૬૨૬૦ ૫૭૬ ૬૫ ડ૪૬ ૬૨ ૪૦૪૬ ૫૦૦૬૫૦ ૫૭ ૨૭ ૬૬૦ ડ૪૬૫૫ ૫૦૦ ૬૫૦ ૬૨ ૦૮ ૫૭ ૯૨૨૭ ૭૦૮ ડ૪૦૪. ૧૦૦ ૬૫૦ ૭૩૨૮૭૭ (Frequency polygon) ૫ફ૪૨૨૬૭ (histogram), ૮૨૭૭ (Pie-chart) ડ૪ ૯૪૬૬ ૦૫૭ (Pictograph) ૦૬૫ ૨૭૬ ૭૦ ૯૫૭૬૮ data ૪૦૪૬ ૯ડ૪૬ ૯૪૬૬૮ ૬૨ ૮૦ ડ૪૪ ૯૦૬૬ ૫૭. ૧૦૫ ૬૪૪ ૬૨ ૭૬૮૭ ૪૬૦ ૯૮૪૬ ડ૪૬ ૬૨ ૪૦૪૬ data ૬૨ ૪૦૪૬ ૬ફ૪૮ ડ૫૪૮૭ ડ૪૬ ૦ફ૪૪ ૪૦ ૫૬૮૬ ૮૨ ૬૪૪ ૬ફ૮૦ ૭૦૪૬ ૪૦ ૭૫૭.

ℳ.ß ℒ૮૭૮ ૭૭૨૭ (Central Tendency)–

૧૮૭૭૦ડ૬ ૪૨૬૭ ૪૨૬૭ ડ૫૪૪૭ ૮૮૭૬ ૬૨૪ ૭૦ ૦૯૮૮૮૪૪ data ૬૨ ૦ફ૪૪ ૪૦ ૦૮ ડ૮૬ડ૪૦ ૭૫૭. ℤ૭૨૫ data ૬૨ ૪૨૬૭ ૪૨૬૭ ૪ફ૪૪ ૪૦ ૯૦૬ ૯૦૬ ૬ફ૪ઘ૭૨૬ ડ૬. ⅄૪૬૬ data ૬૨ ૬ફ૪ઘ૭ ૬૦૫૬ ૪૦૫૨ , ૦૫૮ ૨૬ ડ૫૪૪ ૭૦૪૪૬ ડ૪૬૬ ૬૦ ડ૪૪૭૦૦ ૭૦૪૬ ૫૨૪૨૬ ૬૦૫૬. ∂૭ડ૪ ૫૨૭૨૪ ૧૫૮૬૮૦ ૭૬ ૫૭૭૦૦ ૮૦, ૦ડ૪૨૨ ૮૮૮૮ ૬ફ૫૬ ૬૨૦૬૬૮૪ ૦ફ૪૪ ૦ફ૬૧ ૪૦ ૬ફ૫ ૪ફ૬૮ ૭૮ ૫૨૬૭૦૨૪ ૬૨ ૭૭૨૬૪ ૮૦ ૪૦ ૪ફ૬૮ ૪૬૫૫.

	ক্যাশ	ইন্টারনেট	যিনিস	নাম	সিক্স যিনিস
নেহা	৩০	৭০	৩৭	৫০	৭৩
মেহা	৩৭	৭৭	৩৫	৭৩	৭৭

দিয়ে তার ১ ও ৩ এর গড় বের করা হয়েছে। ২ এর ক্ষেত্রে ১ ও ২ এর গড় বের করা হয়েছে। এভাবে ৩ এর ক্ষেত্রে ২ ও ৩ এর গড় বের করা হয়েছে। এই গড় বের করার পদ্ধতিকে মধ্যক (Median) বলা হয়। মধ্যক বের করার জন্য প্রথমে তথ্যগুলোকে ক্রমানুসারে সাজাতে হবে। তারপর মাঝখানের তথ্যটি বের করতে হবে। যদি তথ্যের সংখ্যা বিজোড় হয় তবে মাঝখানের তথ্যটি সরাসরি মধ্যক হবে। আর যদি তথ্যের সংখ্যা জোড় হয় তবে মাঝখানের দুটি তথ্যের গড় বের করতে হবে। এই গড়টিই মধ্যক হবে। উদাহরণ হিসেবে ১, ৩, ৫, ৭, ৯ এই তথ্যগুলোর মধ্যক ৫। আবার ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১ এই তথ্যগুলোর মধ্যক ৬। কারণ ৫ ও ৭ এর গড় ৬। মধ্যক বের করার জন্য

ગણિતમાં વપરાતા કેટલાક પારિભાષિક શબ્દો M કરતાં વધારે સંખ્યાઓ છે. જેમ કે (i) સરેરાશ (Mean)(ii) મધ્યક(Median) (iii) બહુલક(Mode) વગેરે.

સરેરાશ – કોઈપણ પ્રકારના data ના બધાજ મૂલ્યોનો સરવાળો તેની કુલ સંખ્યા વડે ભાગતાં મળતી સંખ્યા data ની **સરેરાશ** છે.

મધ્યક – ચડતા કે ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવેલ માહિતીમાં જો તેની કુલ સંખ્યા બેકી હોય તો વચ્ચેની બે સંખ્યાઓનો સરવાળો કરી 2 વડે ભાગતાં મળતી સંખ્યા **મધ્યક** છે.

બહુલક – Data માં જે સંખ્યા વધારે વખત પુનરાવર્તન પામતી હોય તે data ની **બહુલક** કહેવાય.

M.S.D. સરેરાશ (Mean) –

(a) Data ના બધાજ મૂલ્યો પરથી સરેરાશ (Mean of the Individual Series) –

જો data માં આપેલ જુદી જુદી સંખ્યાઓ કે ચલરાશિ નું મૂલ્ય data ની સંખ્યા , તો data ના બધાજ મૂલ્યોનો સરવાળો કરી તેની કુલ સંખ્યા વડે ભાગતાં મળતી સંખ્યા. $M = \frac{x1+x2+x3...+Xn}{n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n} X_k$ જ્યાં M ની વ્યાખ્યા , $\sum$ (Sigma) ચિહ્ન વાપરી , x: data ની જુદી જુદી કિંમત $\sum_{k=1}^{k=n} x_k$: x_1 થી x_n સુધી ની સંખ્યા ની સરવાળા ની સંજ્ઞા n : data ની કુલ સંખ્યા અથવા data ની $=\frac{\text{Agrigets of data}}{\text{Number of data}}$ પરથી $M = \frac{\sum x}{n}$.

উদাহরণ -1 –

ছয়টি ভিন্ন ভিন্ন গাছের উচ্চতা হলো 65, 67, 85, 78, 69, 78. তথ্য data টির গড় বের কর।

সমাধান- $M = \frac{\sum x}{n}$ (এখানে মোট $\sum x$ = data এর মান এবং সংখ্যা এর মোট সংখ্যা (n = সংখ্যা এর)= $\frac{1}{6}$

$(65+67+85+78+69+78) = \frac{1}{6} X\ 442 = 73.67$

(b)তথ্য গুচ্ছ ফ্রিকোয়েন্সি ভিত্তি তে প্রকাশিত এর data টির গড় বের করা (Mean of a frequency distribution))

তথ্য গুচ্ছ ফ্রিকোয়েন্সি ভিত্তি তে গড় এর data টির গড়ফ্রিকোয়েন্সি নিচের ছকটি ভাল ভাবে লক্ষ্য.

উদাহরণ-2

নিচে ৫ টি দল এর উচ্চতার তথ্য ছক আকারে দেয়া আছে, গড় এর টির গড় বের কর।

দল – A

উচ্চতা (সে.মি.এ) x :	69	70	71	72	73
তথ্য গুচ্ছ f:	4	2	3	2	1

সমাধান- দল- A

(উচ্চতা কে.এম. এ) x	তথ্য গুচ্ছ (f)	তথ্য গুচ্ছ X তথ্য (fx)
69	4	276
71	2	140
72	3	213
73	2	73
	$\sum f$=12	$\sum fx$ =846

ಅಂತರ ಪದ್ಧತಿ M = $\frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{846}{12} = 70.5$ ಅಂಕಗಳು (ಉತ್ತರ)

ಲಘುಪದ್ಧತಿ (short –cut- Method) –

ಮೇಲಿನ ಪದ್ಧತಿಯು ಅಂಕಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಯ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಚಿಕ್ಕದಾಗಿಸಲು ಒಂದು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಂಡು ಅದರಿಂದ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಳೆಯಬೇಕು. ಹೀಗೆ ಬಂದ ಅಂಕಗಳ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಆರಿಸಿಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದರೆ ಬೇಕಾದ ಸರಾಸರಿ ಬರುತ್ತದೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ವಿಚಲನ ಪದ್ಧತಿ (Deviation Method) ಎಂದೂ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಈ ಪದ್ಧತಿಯ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಿಂದ ತಿಳಿಯಬಹುದು.

93, 98, 112, 103, 97, 109 ಅಂಕಗಳ ಅಂತರ ಪದ್ಧತಿ =

$\frac{1}{6}$ (93 + 98 + 112 + 103 + 97 + 109

= $\frac{1}{6}$ { (100-7) + (100 -2) +(100 + 12) + (100 + 3) + (!00- 3) + (100 +9)}

= $\frac{1}{6}$ [6 X 100 + { (-7) + (-2) +12 +3 +(-3) +9}]

= $\frac{1}{6}$ x 6 x 100 + $\frac{1}{6}$ x 12 = 100 + $\frac{12}{6}$.

ಇಲ್ಲಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಂಡ ಸಂಖ್ಯೆ 100 ಆಯಿತು ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಆಸುಪಾಸಿನಲ್ಲಿ ಅಂಕಗಳು ಇರುವಂತೆ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಇಲ್ಲಿ ಮಾಡಿಕೊಂಡ 100 ಈ ಒಂದು ಸರಾಸರಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಂಕಗಳಿಂದ ಕಳೆಯಬೇಕು . ಹೀಗಾಗಿ ಇದು 100 ಅನ್ನು ಶೂನ್ಯ ಮಾಡಿದಂತೆ (Working zero) ಆಗಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಬಂದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ವಿಚಲನ(x) ಅನ್ನುತ್ತಾರೆ = -7, -2, 12, 3, -3, 9 ಆಗಿದೆ.

ಹೀಗೆ ವಿಚಲನ ಆದ ಅಂಕಗಳ ಮೊತ್ತ = (-7) + (-2) + 12 +3 +(-3) +9 =12

∴ ಮೇಲಿನ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ, ನಮಗೆ ಬೇಕಾದ ಸರಾಸರಿ

(M) = ಕಲ್ಪಿತ ಮೊತ್ತ + $\frac{\text{To tal deviation}}{\text{Total Numbers}}$

ꓷꓝꓢꓠꓯꓤ– 100 ꓞꓯꓢꓢꓯꓞ ꓝꓞ ꓔꓞꓝꓤ ꓕꓯꓞꓔ ꓝꓯꓔꓔ ꓝꓯ ꓔꓯꓢꓢꓝ ꓞꓯ ꓔꓢꓢꓝ ꓞꓯ ꓔꓢꓢꓝ ꓔꓝꓞ ꓝꓞꓔꓯꓔꓓꓔ ꓞꓯ ꓤꓔꓔ, ꓕꓤꓢꓕꓕꓢ ꓷꓤꓞ ꓢꓕ ꓔꓞꓝꓤ ꓞꓯꓤꓯꓢꓢꓯꓞ ꓝꓯ ꓔꓔ ꓷꓯꓯꓞꓔ ꓤꓔ. ꓥꓯꓕꓔ ꓝꓯꓔꓔ ꓔꓢ ꓷꓯꓠꓠꓔꓢ ꓔꓓꓞꓯꓔ ꓝꓞ ꓝꓞꓔꓯꓔꓓꓔ ꓤꓤꓔ ꓢꓢꓯ ꓯꓯꓤꓕꓔ ꓞꓯꓷꓢ ꓔꓯ ꓔꓕꓤꓕꓕꓔ. ꓓꓝꓔꓢ ꓖꓤꓯꓢꓞꓞ ꓔꓓꓞꓞ ꓢꓢ ꓤꓕꓕꓔ ꓤꓤꓔ.

ꓞꓖꓤꓯꓢꓞ– 3

ꓶꓠꓔꓠꓞꓤ ꓕꓯꓔꓔ ꓝꓯꓔꓔ ꓔꓢꓢꓝ ꓔꓝꓞ ꓢꓝꓞ A ꓢꓝ ꓔꓕꓤꓔ data ꓢꓕꓕꓔ ꓝꓞꓔ ꓓꓔꓔꓤꓔꓔꓔ ꓢꓝ

ꓘꓔꓢꓠꓞ ꓔꓞꓞꓠ– ꓖꓔꓔ– A

ꓞꓔꓤꓯ (ꓤꓝ.ꓔꓠ.)x	ꓶꓝꓝ ꓔꓤꓢ (f)	ꓕꓠꓠꓠꓠ (y) ꓕꓯꓝꓔ ꓝꓯꓔꓔ ꓔꓢ 70	ꓶꓝꓝ ꓔꓤꓢ X ꓕꓠꓠꓠꓠ(fy)
69	4	-1	-4
70	2	0	0
71	3	1	3
72	2	2	4
73	1	3	3
	$\sum f = 12$		$\sum fy = 6$

ꓠꓓꓔ ꓢꓢꓔ M = ꓕꓯꓝꓔ ꓝꓯꓔꓔ + $\frac{\sum fy}{\sum f}$ = 70 + $\frac{6}{12}$ = 70 + 0.5 =70.5 (ꓷꓤꓞ).

(ꓤ) ꓞꓷꓤꓔ ꓷꓯꓯꓠ ꓔꓢ ꓤꓝꓝ ꓔꓤꓢ ꓢꓕꓕꓔ ꓷꓤꓤꓔꓯꓠ ꓤꓔꓔ ꓓꓝꓔꓔ ꓷꓤꓞ ꓓꓝꓔꓔ ꓝꓞ ꓝꓞꓔ ꓢꓢꓔ ꓤꓤꓔ (Mean of a grouped frequency distribution)– ꓶꓝꓤꓝꓔ ꓢꓕ ꓔꓝꓝꓯꓢ ꓤꓔꓔ ꓢꓕꓕꓔ ꓝꓞꓔ ꓕꓠꓠꓠꓠ (y) ꓤꓔ ꓕꓕꓔꓔ ꓔꓔ ꓔꓤꓞ ꓝꓤ ꓝꓞꓔ ꓝꓯꓔꓔ ꓝꓤꓔꓤ ꓤꓤꓔ ꓔꓤꓢ (f)ꓞꓔꓔꓔ ꓢꓔꓷꓔ ꓔꓯꓯ ꓔꓝꓝ (fy) ꓤꓔ ꓷꓯꓞꓔ ꓤꓔ. ꓥꓤꓞ ꓕꓔꓯꓝꓤ ꓝꓤ ꓝꓞꓔ ꓝꓯꓔꓔ ꓔꓔ ꓤꓤꓔ ꓔꓤꓢ ꓢꓕꓕꓔ ꓢꓔꓷꓔ ꓔꓯꓯ ꓔꓕ ꓢꓕꓕꓔ ꓢꓷꓔꓯꓯ ($\sum fy$) ꓔꓔ ꓤꓤꓔ ꓔꓤꓢ ꓔꓕꓔ ꓢꓷꓔꓯꓯ ($\sum f$) ꓤꓤꓔ ꓷꓯꓞꓔ ꓤꓔ. ꓞꓝꓔ ꓝꓔꓔ (M) = $\frac{\sum fy}{\sum f}$ ꓞꓯꓷꓢ ꓝꓞ ꓞꓷꓤꓔ ꓷꓯꓯꓠ ꓔꓝꓝ data ꓢꓕꓕꓔ ꓝꓞꓔ ꓝꓔꓔ ꓔꓔ ꓤꓤꓔ. ꓓꓝꓔꓔ ꓖꓤꓯꓢꓞꓞ ꓔꓝ ꓤꓤꓝꓔ ꓤꓔ.

ᏗᏁᏓᏁᏞᎾ – 4.

ᏕᏫᏥᏃ ᏫᎾᏥᏉᏫᏰᏱ 100 ᏉᏫᏂ ᏃᎧᏰᏱ ᏥᏃᏋᏥᏃ ᏐᎾ ᏕᏫᏰᏱ ᏚᏂᏫᏃ ᏥᏥᏃ ᏐᏥᏃ ᏃᎧᏰᏱ ᏐᎾ ᏃᏫᏕᏱ ᏕᏫᏰᏱ

ᗝᘿᔑ ᔓᕮᘻᔑ $M = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{3490}{100} = 34.9$ **(ᔑᖻᘿ)**

ᒪᖻᒪᒪᒪᐸ – 5:

ᒪᔑᔑ – B **ᖘᗞ ᔑᗞᖻᘿ** data **ᖘᗞᘻᘻ ᘜᘿᔑ ᔓᕮᘻᔑ, ᗞᔑᗞᘻ ᘜᒪᕮᘻ ᔓᕮ ᕮᐯᕮᖻ ᔓᘜᗞ ᔑᒪᒪᒪᔑ ᐅᔑᔑᖘ ᔓᖻ ᔑᖻᕮᔓᕮᖘ ᐅᔑᔑᖘ ᔓᗞᘻᔑ ᘜᗞ ᓄᔑᖘᕮᘜ ᔑᒪᘜᖻᕮ ᔑᗞ.**

ᛕᔑᖘᕮᘜ ᔑᒪᘜᖻ – ᒉᗞᖻᘜᘻ ᐯᔓ 35 **ᗞᔑᗞᘻ ᘜᒪᕮᘻ**(A) **ᘜᗞᔓᔑ ᘜᗞ ᕮᐯᕮᖻᘻᘻᘻ ᔓᔑ.**

ᒪᔑᔑ – B_2

ᐅᔑᖘ ᕮᘜᔓ	**ᒉᗞᗞ ᔓᖻᗞ** (f)	**ᐅᔑᖘ ᕮᘜᔓ ᖘᗞᘻᘻ ᗞᔑᗞᘻ ᘜᒪᕮᘻ** (x)	**ᗝᔓᔓᔓᖘ** (y) = x-A	**ᒉᗞᗞ ᔓᖻᗞ** X **ᔑᔓᔓᔓᖘ**(fy)
0-10	1	5	-30	-30
10-20	7	15	-20	-140
20-30	24	25	-10	-240
30-40	36	35	0	0
40-50	25	45	10	250
50-60	6	55	20	120
60-70	1	65	30	30
	$\sum f$ 100			$\sum fy$=-10

$\therefore$ **ᗝᘿᔑ ᔓᕮᘻᔑ** (M) = A + $\frac{\sum \text{fy}}{\sum \text{f}}$ = =35+ $\frac{-10}{100}$ = 35- 0.1 =34.9

ᛕᔓᔑᔓ – ᗝᔓᔓᔓᖘ ᘿᗞᔓᔑ ᘜᗞ (Step-Deviation Method):

ᒉᗞᖻ ᐅᔑᔑᖘ ᘿᗞᔓᔑ ᘜᗞ ᐯᔓ ᗞᔑᒪ ᓄᐯᔓᖘ ᔑᗞ ᔑᒪᒪᒪᔑ ᔑᗞ ᘿᗞᔓᔑᔑᘻ ᐅᔑᔑᖘ ᘜᖻᔑ. ᒪᖘᔑᔑᖘ ᔑᒪᒪᒪᔑ ᐅᔑᔑᖘ ᘿᗞᔓᔑ ᔑᗞ ᖻᗞ ᖻᗞᖻ ᐅᔑᔑᖘ ᖘᗞᖘᖘ ᔑᗞ ᗞᔑᗞᘻ ᘜᒪᕮᘻ ᔑᗞ ᖻᗞ ᔓᔑᔑᖘ ᔑᗞᖘᖘᖘᖘ ᔑᗞᒪᖘᒪᘻ ᔑᗞᘿᖘ. ᐁᖻ ᔑᗞᓴᓴᓴᘻ ᖘᖘᕮᗞ ᔓᗞᖻᘻ ᓄᐯᔓᖘ ᖘᗞᔓᔑ ᔑᗞ ᔑᗞᓴᓴᓴᘻ ᖘᗞ ᔑᗞᓴᒪᒪᒪᘻ ᖘᗞᗞ ᘜᗞ ᖻᗞᖻ ᐅᔑᔑᖘ ᘿᗞᔓᔑ ᘜᗞ ᓄᔑᖘᕮᘜ ᔑᒪᘜᖻᕮ ᔑᗞ ᖻᗞ.

ꠇꠣꠞ ꠉꠥꠣꠞ (M) = A + $\frac{\sum fy}{\sum f}$X c. (A) = ꠇꠤꠞ ꠇꠥꠞ ,

Y = ꠞꠣꠋꠣꠋꠞ (deviation)

ꠈꠣꠞ ꠞꠣꠞꠞꠣꠞ ꠣꠞꠉꠣ

$\sum fy$ = ꠞꠞꠞ ꠉꠣꠞ(f) ꠣꠞ y ꠞꠥꠇꠣ ꠞꠣ ꠞꠣꠞꠞ ꠞꠣ ꠞꠞꠇꠇ ꠞꠞꠞꠣꠋꠣ ꠉꠇ .

ꠈꠢꠣꠣꠣ – 6:

ꠇꠣꠋꠣ ꠞꠣꠣ ꠞꠞꠇꠇ data ꠉꠇ ꠈꠣꠋ ꠉꠣꠞ ꠉꠞꠞ ꠉꠣꠞ ꠉꠞꠣ ꠞꠞꠣ ꠉꠣ ꠉꠞꠣ ꠇꠞꠇꠇ ꠞꠞꠇꠇ ꠇꠣꠋ ꠉꠣꠞꠣ ꠞꠞꠣ ꠞꠞꠇꠇ ꠇꠣꠋꠣꠋꠣ ꠞꠞꠞꠣ ꠞꠞꠇꠇ ꠇꠣꠋꠣꠋꠣ ꠇꠣꠋꠣꠋꠣ ꠇꠣꠋꠣꠋꠣ ꠞꠞꠇꠇ

ধাপ সংক্ষিপ্ত রূপ এবং সহজ করার জন্য $(x-A)$ এর মানকে ক্লাস ব্যবধান 5 . দ্বারা ভাগ করা হয়েছে।

উদাহরণ – 7:

নিম্নে –B এর প্রদত্ত তথ্যের মধ্যমা নির্ণয় কর এবং ফলাফল ব্যাখ্যা কর data এর মধ্যে কোন ধরনের সম্পর্ক আছে কিনা লিখ।

নিম্ন – B_3

সমাধান – ধাপ বিচ্যুতির গড় 35 এর নিকট হতে ধরে (A) নিয়ে কাজ করা হয়েছে।

শ্রেণি ব্যবধি	ধাপ সংখ্যা(f)	শ্রেণি মধ্য বিন্দু	বিচ্যুতি Y= x-A (A=35)	$\frac{\text{বিচ্যুতি}}{(Y)}$ শ্রেণি দৈর্ঘ্য	fy
0-10	1	5	-30	-3	-3
10-20	7	15	-20	-2	-14
20-30	24	25	-10	-1	-24
30-40	36	35	0	0	0
40-50	25	45	10	1	25
50-60	6	55	20	2	12
60-70	1	65	30	3	3
	$\sum f = 100$				$\sum fy$ =-1

∴ মধ্যমা (M)=A+ $\frac{\sum \text{fy}}{\sum \text{f}}$ X i=35 +$\frac{-1}{100}$X 10 = 35- 0.1

= 34.9

(I = ખરેખરું કરેલ કાર્યમાં લાગતો સમય . જો બધા જ માણસો એક સરખી ઝડપે 10 કલાક કામ કરે તો કામ પૂરું થવા માટે જરૂરી માણસોની). જો આપેલ પૈકી કોઈ પણ બે ચલ વચ્ચે કોઈ પણ પ્રમાણ હોય તો તેને વ્યસ્ત પ્રમાણ કહે છે. જો બે ચલ વચ્ચે વ્યસ્ત પ્રમાણ હોય તો તેમનો ગુણાકાર અચળ હોય છે. જો બે ચલ વચ્ચે વ્યસ્ત પ્રમાણ હોય તો તેમનો ગુણાકાર અચળ હોય છે. જો 35 માણસો કોઈ કામ 8 કલાક કામ કરે તો (કામ કરવા માટે જરૂરી માણસો) અને જરૂરી કામ કરવા માટે કોઈ પણ બે ચલ વચ્ચે વ્યસ્ત પ્રમાણ હોય તો તેમનો ગુણાકાર અચળ હોય છે. 25 જો અને જરૂરી કામ કરવા માટે જો માણસો વધારે હોય તો કામ કરવા માટે જરૂરી કલાકો ઓછા થાય છે.

વ્યાખ્યા – $x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots x_n$ ચલ વાળી વસ્તી માટે મધ્યક M એ $\sum_{i=1}^{n}(x_1 - M)=0$

આપેલ વસ્તી માટે ખરેખરું કામ પૂરું થવા માટે data. નીચે આપેલ પ્રમેયો 8 કામ માટે જરૂરી કોઈપણ બે કામ વચ્ચે પ્રમાણનો data (Some useful results on Mean); x_1, x_2, $x_x \ldots\ldots x_x$ ચલ વાળી વસ્તી કામ માટે મધ્યક M એ

(i) X_1+A, x_2+A, $x_3+A \ldots x_n+A$ ચલ વાળી વસ્તી કામ માટે મધ્યક M+a થાય છે.

(ii) X_1-a, x_2-a, $x_3-a \ldots . x_n-a$ ચલ વાળી વસ્તી કામ વાળી વસ્તી માટે મધ્યક M-a થાય છે.

(iii) ax, ax_2, $ax_3 \ldots\ldots ax_n$ ચલ વાળી કામ કામ વાળી વસ્તી માટે મધ્યક aM થાય છે જ્યારે $a \neq 0$.

(iv) $\frac{x1}{a}, \frac{x2}{a}, \frac{x3}{a} \ldots . \frac{xn}{a}$ ચલ વાળી કામ કામ વાળી વસ્તી માટે મધ્યક $\frac{M}{a}$ થાય છે. જ્યારે $a \neq 0$

ᏆᏁᏞᏆᏞᏝᏞᏠ-8:

$x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots x_n$ **ᏊᏑ ᏥᏙᏑᏥ ᏑᏃᏙᏗᏤᏤ ᏫᏫᏥ ᏋᏃᏑᏥ** M **ᏤᏙᏔᏃ,ᏀᏔᏞᏠᏙ ᏙᏙ ᏑᏂ** $\sum_{i=1}^{n}(X_1-M)=0$

ᏦᏥᏤᏂᏫᏞᏫᏂ: $M=\frac{x1+x2+x3\ldots.+xn}{n} \Rightarrow x_1+x_2+x_3\ldots..+x_n= n.M$.

ᏀᏥᏙᏤ ᏔᏃ $\sum_{i=1}^{n}(x_i-M)= (x_1-M)+ (x_2-M)+ (x_3-M)\ldots.+ (x_n-M)= (x_1+x_2+x_3\ldots+x_n)-(M+M+M\ldots n$ fy)= $x_1+x_2+x_3\ldots.+x_n)-n.M=n.M- n.M=0$ (**ᏕᏃᏫᏥᏊ ᏯᏊᏥ**)

ᏆᏁᏞᏆᏞᏝᏞᏠ-9

$x_1, x_2, x_3\ldots\ldots\ldots$**ᏤᏫᏊ** n **ᏋᏫᏥ ᏤᏙᏯᏤ ᏊᏑ ᏥᏙᏑᏥ ᏫᏥᏤ ᏫᏫᏥ ᏋᏫᏥ**.M

ᎬᏞᏔᏑ $\sum_{i=1}^{n}(x_i -12)=-10$ **ᏥᏫ** $\sum_{i=1}^{n}(x_i-3) =62$ **ᏤᏙᏔᏃ** n **ᏥᏫ** M **ᏤᏙᏯᏤ ᏗᏃᏊᏓ ᏊᏫᏙ ᏙᏙ.**

ᏦᏥᏤᏂᏫ ᏯᏞᏫᏑ-$\sum_{i=1}^{n}(x_i -12)=-10\Rightarrow (x_1-12)+ (x_2-12) + (x_3-12)\ldots..+ (x_n-12)= -10\Rightarrow(x_1+x_2+x_3\ldots\ldots+x_n) -12n =-10\Rightarrow$ nM -12n =- 10...(i) [$\because \frac{x1+x2+x3\ldots.+xn}{n} =M$] .

ᏧᏊᏫᏂᏙ $\sum_{i=1}^{n}(x_i -3) =62 \Rightarrow$ nM -3n =62 .....(ii)

(i)**ᏫᏙ** (ii) **ᎾᏍᏙ ᏤᏙᎾᏞ ᏊᏫᏙ ᏯᏥ** _9n = -72 $\Rightarrow$ n=8 n **ᏤᏙᏯᏤ ᏗᏃᏊᏓ** (i) **ᏤᏙ ᏍᏗᏃᏫᏙ ᏤᏙ** 8M -12 X 8 =-10 =86$\Rightarrow$M =$\frac{86}{8}$ =10.75(**ᏧᏊᏫ**)

ᏆᏁᏞᏆᏞᏝᏞᏠ-10:

$x_1+x_2+x_3\ldots.$**ᏗᏫᏊ** n **ᏋᏫᏥ ᏊᏑ ᏥᏙᏑᏥ ᏫᏃ ᏤᏙᏯᏤ ᏫᏫᏥ ᏋᏫᏥ** M **ᏫᏊᏥ**. **ᎬᏞᏔᏑ** $\sum_{i=1}^{n}(X_i—2)$ =110 **ᏥᏫ** $\sum_{i=1}^{n}(X_i -5)=80$ **ᏤᏙᏔᏃ** n **ᏥᏫ** m **ᏤᏙᏯᏤ ᏗᏃᏊᏓ ᏫᏃ ᏊᏫᏙ ᏙᏙ** .

ಕ್ರಮಕ್ರಿಯೆ ಪ್ರಕಾರ- $\sum_{i=1}^{n}(X_1-2) = 110 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(X_i- 2) = (X_1-2) +(X_2-2) +(X_3-2)....+ (X_n-2)=110 \Rightarrow (X_1+X_2+X_3+....X_n) - 2n =110 \Rightarrow nM -2n = 110$.....(i)

$[\because \frac{x1+x2+x3....+x}{n} = M]$. ಮತ್ತೊಂದೆಡೆ $\sum_{i=1}^{n}(X_i - 5) =80 \Rightarrow nM -5n =80$ .....(ii)

(i) ರಲ್ಲಿ (ii) ಯನ್ನು ಆದೇಶ ಮಾಡಿದಾಗ $3n =30 \Rightarrow n=\frac{30}{3} =10$

N ಮೌಲ್ಯವನ್ನು (i) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ $10M -2 X 10=110 \Rightarrow 10M = 110+ 20= 130 \Rightarrow M= \frac{130}{10} =13 \therefore n= 10$ ಮತ್ತು $M =13$ (ಉತ್ತರ)

EXERCISE - 5(a)

1. Write T for true and F for false statements.

(i) Mean deviation of a set of observations is always positive.

(ii) Range is the difference between the largest and smallest observation.

(iii) Range of data is the sum of largest and smallest observation.

(iv) Mode is the most frequent observation in the data.

(v) Median of data is the observation which divides the data in two equal parts.

(vi) Mean of n observations $x_1, x_2, \ldots, x_n$ is $\frac{n+1}{2}$.

(vii) Mean of n observations $x_1, x_2, \ldots, x_n$ is $2n+2$.

(viii) Mean deviation of observations $x_1, x_2, \ldots, x_n$ is 10.

(ix) 15 observations are arranged in ascending order and the last observation is 2 more than the first observation. Then the median is 8.5.

(x) Mean of 20 observations $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$ is $\bar{x}$, then the mean of observations $x_1, x_2, \ldots, x_{20}$ is $\bar{x}$.

2. ક્રિકેટર ૬૨૫૨૪ ઇનિંગ્સ રમ્યો અને ૬૦૫૪ રન કર્યા તો તેની સરેરાશ કેટલી થશે તે નીચેના પ્રશ્નો પરથી નક્કી કરો.

(i) 61,62, 68, 56, 64, 72, 69, 51, 71, 67, 70, 55, 63 આપેલ માહિતી પરથી ૧૩ ઇનિંગ્સમાં ૬૦૫૪ રન કરનાર ખેલાડીની સરેરાશ ૪૬ થાય છે. તો ૧૪ ઇનિંગ્સમાં ૬૦૫૪ રન કરનાર ખેલાડીની સરેરાશ કેટલી થશે તે નક્કી કરો.

(A) 10 (B) 60 (C) 70 (D) 72

(ii) ક્રિકેટર 20 ઇનિંગ્સમાં ૬૦૫૪ રન કરે છે. તો તેની સરેરાશ કેટલી થશે?

(A)10 (B) $10\frac{1}{2}$ (C) $\frac{21}{20}$ (D) 210

(iii) ક્રિકેટર n મેચમાં અનુક્રમે કેટલા રન કરે છે. તો તેની સરેરાશ કેટલી થશે?

(A) $\frac{n-1}{2}$ (B) $\frac{n}{2}$ (C) $\frac{n+1}{2}$ (D) n

(iii) ક્રિકેટર n મેચમાં ૬૨૫ રન કરે છે. તો તેની સરેરાશ કેટલી થશે?

(A) (n- 1) (B) n (C) n+1 (D) n+2

(iv) ક્રિકેટર n મેચમાં ઇનિંગ્સમાં ૬૨૫ રન કરે છે. તો તેની સરેરાશ કેટલી થશે?

(A) (n-11) (B) n (C) n+1 (D) n+2

(v) M રન કરે છે. ૧૦ મેચમાં ઇનિંગ્સમાં ૬૦૫૪ રન કરનાર ખેલાડી 2 મેચમાં કેટલા રન કરે તો તેની સરેરાશ ૧૦ મેચમાં ૬૨૫ રન કરે છે. તો તેની સરેરાશ કેટલી થશે.

(A) M (B) 2m (C) m^2 (D) m+2

(vi) M ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯ n ಪಟ್ಟು ಇರುವ ಸ್ಥಾನ ಅದರ ಬಲಕ್ಕೆ ಇರುವ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯ ಎಷ್ಟು ಪಟ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ.

(A) $\frac{M}{4}$ (B) M (C) 4M (D) $\frac{4}{M}$

(vii) M ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯ n ಪಟ್ಟು ಇರುವ ಸ್ಥಾನ ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯ x ಪಟ್ಟು ಇರುವ ಸ್ಥಾನ ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(A) M (B) (M+x) (C) Mx (D) (M- x)

(viii) M ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯ n ಪಟ್ಟು ಇರುವ ಸ್ಥಾನ ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅದರ ಬಲಕ್ಕೆ ಇರುವ 5 ಸ್ಥಾನ ಅಂಕಿಯ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

(A) M (B) $\frac{M}{5}$ (C) 5M (D) M -5

(x) ಸಿಲಿಂಡರ್ a ಸೆಂ.ಮೀ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯ ಹೊಂದಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯ b ಸೆಂ.ಮೀ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸೆಂ.ಮೀ ಎತ್ತರ 10 ಆಗಿದೆ ಎರಡೂ ಸಿಲಿಂಡರ್‌ಗಳ ಪರಿಮಾಣಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ?

(A) $\frac{10a+1}{a+b}$ (B) $\frac{12a+1\ \ b}{a+b}$ (C) $\frac{10a+1}{a+b}$ (D) $\frac{12a+10b}{10+12}$

(xi) 998.9, 999.1, 1000.3, 1000.6, 1000.1 ಅದರ ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ಗುರುತಿಸಿ?

(A) 998 (B) 999 (C) 1000 (D) 1001

(xii) 6,8,57, x ಸರಿ 4 ಅದರ ಸ್ಥಾನ ಬೆಲೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದರ ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆ 7 ಅದರ ಸಂಖ್ಯೆ x ಅದರ ಗುಣಕ ಎಷ್ಟು ಗುರುತಿಸಿ?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

(xiii) $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ ચો.ગ વિચલન શું થશે જો દરેક અવલોકન માંથી M બાદ કરવામાં આવે $\sum_{i=1}^{6}(X_i - M)$ દરેકનો મધ્યક કેટલો થાય?

(A) 0 (B) 6 (C) 36 (D) – 6

(xiv) x, x+2, x+4, x+6, x+8 દરેકનો ગુણાકાર કેટલો થાય?

(A) X+2 (B) x+4 (C) x+6 (D) x

(xv) 18 દરેકનો સરેરાશ વિચલન શું થાય જો દરેક અવલોકન ગુણાકાર કરવામાં આવે?

(A) 5 (B) 6 (C) 6.5 (D) 7

:::::::::::::::::

ઘણા પ્રશ્ન

વિગત	પ્રમાણ	ટકા	દરજ્જો	આવક	આવકપ્રમાણ	આવકટકા	આવક દરજ્જો	ખર્ચ
ગુજરાત	૦૪૬	૫૦૬	૫૮૬	૪૨૮	૬૮૪૬	૭૬૫	૬૯૦૬	૪૦૬	૪૦૬
ભારત	૬૬૬	૬૬૬	૬૬૬	૬૬૬	૬૬૬	૬૬૬	૬૬૬	૬૬૬	૬૬૬

Key to Read this book

ଓଡ଼ିଆରେଖାଙ୍କନ

Capital	Small	Eng.	Odia	Pronunciation	
ଓ			-	ଓଁ	ଅଓଁ
V	v	n	ଙ୍	ୟାଁ	
J	ɾ	a	ଆ, ା	ଆଆଃ	
f	f	i	ି	ଉଇଃ	
L	ɭ	u	ୁ	ୟୁଃ	
V	ʋ	e	ଏ, େ	ଆଃଏ	
Z	z	o	ଓ, ୋ	ଅହ୍	
Y	ɣ	-	ଃ	ହେୟାଃ	
H	ʁ	y	ୟ୍	ୟଃ	
E	ɲ	ii	ଈ	ଈ	
T	ɽ	uu	ଊ	ଊ	
ଙ	ŋ	ng	ଂ	ଅଙ୍	
G	ɠ	g	ଗ୍	ଗଃଏ	
ଖ	ɮ	k	କ୍	କଃ	
ଛ	ʄ	nj	ଞ୍	ଇଞ୍	
E	ɛ	j	ଜ୍	ଇଜ୍	
ଘ	ɸ	ch	ଚ୍	ଇଚ୍	
ଯ	ɲ	-	ଣ୍	ଏଣ୍	
ɾ	ɾ	d	ଡ୍	ଓଡ୍	
L	ɻ	t	ଟ୍	ଟେଃ	
ɳ	ɳ	n	ନ୍	ନୁଂ	
ଘ	ʋ	-	ଦ୍	ଦାଃ	
O	ɵ	-	ତ୍	ଅତ୍	
ୟ	ɰ	m	ମ୍	ଆମ୍	
◇	ɔ	b	ବ୍	ବୁ	
ଫ	ʋ	p	ପ୍	ପୁଉଃ	
ଫ	ʂ	h	ହ୍	ହ୍ୟ	
ଳ	ɭ	l	ଲ୍	ହ୍ଲ	
ɔ	ɻ	-	ଳ୍	ହ୍ଳ୍	
T	ɾ	r	ର୍	ହାର୍	
ଶ	ɤ	sh	ଶ୍	ଶୁ	
ୟ	ɕ	c,s	ସ୍	ସି	